



TUGAS AKHIR - SS141501

**MODEL HIBRIDA *SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS*
DAN *AUTOMATIC* ARIMA UNTUK PERAMALAN AIR
TERJUAL DI PDAM GIRI TIRTA SARI KABUPATEN
WONOGIRI JAWA TENGAH**

**SALAFIYAH ISNAWATI
NRP 1314 100 076**

**Dosen Pembimbing
Dr. Suhartono**

**PROGRAM STUDI SARJANA
DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA, KOMPUTASI, DAN SAINS DATA
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA 2018**



TUGAS AKHIR - SS141501

**MODEL HIBRIDA *SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS*
DAN *AUTOMATIC* ARIMA UNTUK PERAMALAN AIR
TERJUAL DI PDAM GIRI TIRTA SARI KABUPATEN
WONOGIRI JAWA TENGAH**

**SALAFIYAH ISNAWATI
NRP 1314100076**

**Dosen Pembimbing
Dr. Suhartono**

**PROGRAM STUDI SARJANA
DEPARTEMEN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA, KOMPUTASI, DAN SAINS DATA
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA 2018**



FINAL PROJECT - SS141501

**HYBRID SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS AND
AUTOMATIC ARIMA MODEL FOR FORECASTING
WATER DEMAND AT PDAM GIRI TIRTA SARI
WONOGIRI DISTRICT CENTRAL JAVA**

**SALAFIYAH ISNAWATI
NRP 1314100076**

**Supervisor
Dr. Suhartono**

**UNDERGRADUATE PROGRAMME
DEPARTMENT OF STATISTICS
FACULTY OF MATHEMATICS, COMPUTING, AND DATA SCIENCES
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA 2018**

LEMBAR PENGESAHAN

MODEL HIBRIDA *SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS* DAN *AUTOMATIC ARIMA* UNTUK PERAMALAN AIR TERJUAL DI PDAM GIRI TIRTA SARI KABUPATEN WONOGIRI JAWA TENGAH

TUGAS AKHIR

Diajukan untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada

Program Studi Sarjana Departemen Statistika
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh :

Salafiyah Isnawati
NRP. 1314 100 076

Disetujui oleh Pembimbing:

Dr. Suhartono

NIP. 19710929 199512 1 001



Mengetahui,
Kepala Departemen



Dr. Suhartono
NIP. 19710929 199512 1 001

SURABAYA, 24 JANUARI 2018

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

**MODEL HIBRIDA SINGULAR SPECTRUM
ANALYSIS DAN AUTOMATIC ARIMA UNTUK
PERAMALAN AIR TERJUAL DI PDAM GIRI TIRTA
SARI KABUPATEN WONOGIRI JAWA TENGAH**

Nama Mahasiswa : Salafiyah Isnawati
NRP : 1314 100 076
Departemen : Statistika
Dosen Pembimbing : Dr. Suhartono

Abstrak

Semakin hari kebutuhan akan air bersih semakin meningkat tetapi ketersediaan air terbatas. Pada penelitian ini, PDAM Giri Tirta Sari Kabupaten Wonogiri dipilih dalam studi kasus karena terjadi pemborosan sumber daya air sehingga akan dilakukan peramalan air terjual dengan mengaplikasikan model hibrida SSA-Automatic ARIMA. Sebagai studi kasus digunakan data air terjual per bulan pada periode Januari 2006 sampai Agustus 2017. Terdapat dua kajian yang dilakukan pada penelitian ini, yaitu kajian simulasi dan kajian terapan. Kajian simulasi menunjukkan bahwa metode SSA lebih baik dilakukan secara agregat daripada secara individu. SSA mendekomposisi data ke dalam pola trend, musiman, dan noise, tetapi tidak dapat mendekomposisi variasi kalender. Pada kajian terapan digunakan empat metode pembandingan yaitu Automatic ARIMA, SSA-ARIMA, ARIMA, dan ARIMAX. Data air terjual mengandung pola trend, musiman, noise, dan variasi kalender. SSA tidak dapat mendekomposisi pola variasi kalender, tetapi pola variasi kalender dapat ditangkap dengan baik oleh metode ARIMAX, sehingga metode terbaik untuk peramalan air terjual adalah metode ARIMAX.

Kata Kunci : Air Terjual, Automatic ARIMA, PDAM Wonogiri, Peramalan, Singular Spectrum Analysis.

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

HYBRID SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS AND AUTOMATIC ARIMA MODEL FOR FORECASTING WATER DEMAND AT PDAM GIRI TIRTA SARI IN WONOGIRI DISTRICT CENTRAL JAVA

Student Name : Salafiyah Isnawati
Student Number : 1314 100 076
Department : Statistics
Supervisor : Dr. Suhartono

Abstract

The need of clean water is increasing day by day, however its availability is limited. The objective of this research is apply hybrid SSA-Automatic ARIMA model for forecasting water demand at PDAM Giri Tirta Sari because there is a squander of water resources. The data used in this case study is the monthly water demand start from Januari 2006 up to August 2017. There are two studies in this research, that is simulation and applied studies. The result of simulation study show that SSA method is better done on an aggregat basis than an individual basis. SSA decompose the data into trend pattern, seasonal, and noise but it can not decompose the calendar variations pattern. There are four methods that be applied and compared in this research, that is Automatic ARIMA, SSA-ARIMA, ARIMA, and ARIMAX. Data of water demand consists of trend, seasonal, noise, and calendar variations pattern. SSA method can not decompose the calendar variations pattern, but this pattern can be well detected by ARIMAX method, so the best method for the forecast of water demand is ARIMAX method.

***Keywords : Automatic ARIMA, Forecasting, PDAM Wonogiri,
Singular Spectrum Analysis, Water Demand***

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

KATA PENGANTAR

Alhamdulillahrabbi'lamin, puji syukur penulis panjatkan atas rahmat dan hidayah yang diberikan Allah SWT sehingga penulis dapat menyelesaikan laporan Tugas Akhir yang berjudul “Model Hibrida *Singular Spectrum Analysis* (SSA) dan *Automatic ARIMA* untuk Peramalan Air Terjual di PDAM Giri Tirta Sari Kabupaten Wonogiri Jawa Tengah” dengan lancar.

Penulis sadar bahwa Tugas Akhir ini dapat diselesaikan dengan bantuan dan dukungan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Dr. Suhartono selaku dosen pembimbing Tugas Akhir dan Ketua Departemen Statistika, yang telah meluangkan waktu dan dengan sabar memberi bimbingan, saran, dukungan, serta motivasi selama penyusunan Tugas Akhir.
2. Dr. Setiawan dan Santi Puteri Rahayu, Ph. D selaku dosen penguji yang telah banyak memberi masukan kepada penulis.
3. Dr. Sutikno, M.Si selaku Ketua Program Studi Sarjana yang telah memberikan fasilitas, saran, dan prasarana.
4. Shofi Andari, S.Si, M.Si dan Irhamah, M.Si, Ph. D selaku dosen wali yang telah banyak memberikan saran dan arahan selama proses belajar di Departemen Statistika.
5. Kedua orang tua penulis, M. Isnaini dan Susilowati, yang telah memberikan doa, dukungan, kekuatan, serta kasih sayang kepada penulis.
6. Kakak penulis, Salafuddin Al Muniri, yang selalu memberikan doa, dukungan, dan perhatian kepada penulis.
7. Pihak PDAM Wonogiri yang telah memberikan izin pengambilan data kepada penulis.
8. Nadia Hardianti selaku sahabat penulis yang selalu mendengarkan keluh kesah penulis selama penyusunan Tugas Akhir.
9. Intan Nurul, Lilik, Zahrina, Ulfi, Anisa, Dwita, Laras, Desi, Vidya, Octa, dan Insan yang selalu memberi perhatian kepada penulis.

10. Endah Setyowati dan Zuhrofatul Ulwiyah sebagai teman satu bimbingan yang selalu mendengarkan keluh kesah penulis dan memberikan semangat kepada penulis.
11. Prilyandari Dina sebagai senior penulis yang selalu membantu penulis dalam memahami materi.
12. Teman-teman angkatan, RESPECT, yang selalu mendukung, menghibur dan membahagiakan penulis.
13. Semua pihak yang membantu dalam penyusunan Tugas Akhir.

Besar harapan penulis untuk mendapatkan kritik dan saran yang membangun sehingga Tugas Akhir ini dapat memberikan manfaat bagi semua pihak yang terkait.

Surabaya, Januari 2018

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
COVER PAGE	iii
LEMBAR PENGESAHAN	v
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR TABEL	xvii
DAFTAR LAMPIRAN	xxi
DAFTAR NOTASI	xxiii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah.....	6
1.3 Tujuan Penelitian	6
1.4 Manfaat Penelitian	7
1.5 Batasan Masalah	7
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	9
2.1 Konsep Dasar <i>Time Series</i>	9
2.2 <i>Autoregressive Integrated Moving Average</i> (ARIMA)	9
2.2.1 Identifikasi Model	10
2.2.2 Estimasi Parameter	13
2.2.3 Diagnosis Model.....	14
2.2.4 Pemilihan Model Terbaik	15
2.3 <i>Automatic ARIMA</i>	16
2.4 <i>Singular Spectrum Analysis (SSA)</i>	17
2.4.1 <i>Embedding</i>	18
2.4.2 <i>Singular Value Decomposition (SVD)</i>	18
2.4.3 Pengelompokan	19
2.4.4 <i>Diagonal Averaging</i>	19
2.5 Perbedaan SSA-ARIMA Individu dan Agregat.....	24
2.6 <i>ARIMA with Exogenous Variable (ARIMAX)</i>	26
2.7 PDAM Giri Tirta Sari	27

2.8 Air Bersih.....	29
BAB III METODOLOGI PENELITIAN.....	31
3.1 Kajian Simulasi.....	31
3.2 Kajian Terapan.....	35
BAB IV PEMBAHASAN.....	39
4.1 Kajian Simulasi.....	42
4.1.1 Skenario 1.....	42
4.1.2 Skenario 2.....	48
4.2 Pemodelan SSA- <i>Automatic</i> ARIMA.....	55
4.3 Pemodelan Metode Pembandingan.....	61
4.3.1 Pemodelan <i>Automatic</i> ARIMA.....	61
4.3.2 Pemodelan SSA-ARIMA	63
4.3.3 Pemodelan ARIMA	73
4.3.4 Pemodelan ARIMAX	77
4.4 Perbandingan Akurasi Pemodelan	80
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN.....	83
5.1 Kesimpulan	83
5.2 Saran	84
DAFTAR PUSTAKA	85
LAMPIRAN	89
BIODATA PENULIS	139

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Prosedur Metode Automatic ARIMA.....	17
Gambar 2.2	Eigentriple Plot Perhitungan Manual.....	24
Gambar 2.3	Prosedur Metode SSA-ARIMA Individu	25
Gambar 2.4	Prosedur Metode SSA-ARIMA Agregat	26
Gambar 2.5	Peta Kabupaten Wonogiri.....	28
Gambar 3.1	Aplikasi SSA pada Kajian Simulasi	34
Gambar 3.2	Diagram Alir Penelitian.....	38
Gambar 4.1	Time Series Plot Air Terjual.....	39
Gambar 4.2	Boxplot Data Air Terjual Setiap Bulan	41
Gambar 4.3	Boxplot Air Terjual Setiap Tahun	42
Gambar 4.4	Time Series Plot Skenario 1	42
Gambar 4.5	Singular Value Decomposition Plot Skenario 1	43
Gambar 4.6	Plot Eigentriple 1 hingga Eigentriple 4 Skenario 1	44
Gambar 4.7	Rekonstruksi Skenario 1 (a) Trend, (b) Musiman, (c) Noise	46
Gambar 4.8	Plot Perbandingan Hasil Ramalan Skenario 1	48
Gambar 4.9	Time Series Plot Skenario 2	49
Gambar 4.10	Singular Value Decomposition Plot Skenario 2.....	49
Gambar 4.11	Plot Eigentriple 1 hingga Eigentriple 10 pada Skenario 2	50
Gambar 4.12	Rekonstruksi Skenario 2 (a) Trend, (b) Musiman, (c) Noise	51
Gambar 4.13	Plot Perbandingan Hasil Ramalan Skenario 2	54
Gambar 4.14	Singular Value Decomposition Plot Data Air Terjual.....	56
Gambar 4.15	Eigentriple 1 hingga Eigentriple 3 pada Data Air Terjual	56

Gambar 4.16	Rekonstruksi Hasil Diagonal Averaging (a) Trend, (b) Musiman, (c) Noise	58
Gambar 4.17	Time Series Plot Komponen Musiman	59
Gambar 4.18	Plot Perbandingan SSA-Automatic ARIMA secara Agregat.....	61
Gambar 4.19	Plot ACF dan PACF Komponen Trend Stasioner	65
Gambar 4.20	Plot ACF Residual Model ARIMA([6],2,[6])	67
Gambar 4.21	Plot ACF dan PACF Komponen Musiman Differencing Lag 12	69
Gambar 4.22	Plot ACF dan PACF Komponen Noise	70
Gambar 4.23	Plot ACF dan PACF Stasioner Metode ARIMA Data Air Terjual.....	74
Gambar 4.24	Plot ACF Residual Model ARIMA(2,1,0)(1,1,0) ¹²	75
Gambar 4.25	Plot Hasil Ramalan Air Terjual.....	81
Gambar 4.26	Plot Ramalan 12 Periode Air Terjual.....	82
Gambar 4.27	Stabilitas Error Model Peramalan ARIMAX.	82

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Transformasi Box-Cox	11
Tabel 2.2	Karakteristik ACF dan PACF untuk Model ARIMA	13
Tabel 2.3	Data Contoh SSA Manual.....	20
Tabel 2.4	Eigenvalue dan Eigenvektor Matrik S	21
Tabel 2.5	Nilai Singular Tiap Komponen	23
Tabel 3.1	Hari Raya Idul Fitri	31
Tabel 3.2	Struktur Data Penelitian.....	35
Tabel 4.1	Karakteristik Air Terjual (ribu m ³)	40
Tabel 4.2	Pengelompokan Eigentriple Skenario 1	45
Tabel 4.3	Hasil Diagonal Averaging Skenario 1	45
Tabel 4.4	Hasil Ramalan SSA-Automatic ARIMA Skenario 1	47
Tabel 4.5	Pengelompokan Eigentriple Skenario 2.....	50
Tabel 4.6	Hasil Diagonal Averaging Skenario 2	51
Tabel 4.8	Hasil Ramalan SSA-Automatic ARIMA Skenario 2	53
Tabel 4.8	Akurasi Hasil Kajian Simulasi.....	55
Tabel 4.9	Pengelompokan Eigentriple Data Air Terjual...	57
Tabel 4.10	Hasil Diagonal Averaging Data Air Terjual	57
Tabel 4.11	Akurasi Trend Analysis	59
Tabel 4.12	Hasil Pemodelan SSA-Automatic ARIMA	60
Tabel 4.13	Signifikansi Parameter Automatic ARIMA(2,1,0)(1,0,0) ¹²	62
Tabel 4.14	Pengujian White Noise pada Residual Automatic ARIMA(2,1,0)(1,0,0) ¹²	62
Tabel 4.15	Akurasi Automatic ARIMA(2,1,0)(1,0,0) ¹²	63
Tabel 4.16	Hasil Pengujian ADF Komponen Trend.....	64
Tabel 4.17	Model ARIMA Dugaan Komponen Trend	65
Tabel 4.18	Pengujian White Noise Komponen Trend	65

Tabel 4.19	Hasil Pengujian Distribusi Normal Komponen Trend	66
Tabel 4.20	Akurasi Model ARIMA Dugaan Komponen Trend	66
Tabel 4.21	Signifikansi Parameter Model ARIMA([1,6],2,[6])	67
Tabel 4.22	Pengujian White Noise Model ARIMA([1,6],2,[6])	67
Tabel 4.23	Pengujian ADF Komponen Musiman	68
Tabel 4.24	Model ARIMA(0,1,1)(0,1,0) ¹² Komponen Musiman	69
Tabel 4.25	Pengujian White Noise Komponen Musiman	69
Tabel 4.26	Signifikansi Model ARIMA Dugaan Komponen Noise	71
Tabel 4.27	Pengujian White Noise Komponen Noise	71
Tabel 4.28	Pengujian Distribusi Normal Komponen Noise ..	72
Tabel 4.29	Perbandingan Akurasi Model ARIMA Dugaan Komponen Noise	72
Tabel 4.30	Hasil Ramalan SSA-ARIMA Air Terjual	73
Tabel 4.31	Hasil Pengujian ADF ARIMA	74
Tabel 4.32	Model ARIMA(2,1,0)(1,1,0) ¹² Data Air Terjual ..	74
Tabel 4.33	Hasil Pengecekan White Noise pada Residual ARIMA(2,1,0)(1,1,0) ¹²	75
Tabel 4.34	Signifikansi Parameter ARIMA(2,1,[35])(1,1,0) ¹² Air Terjual	76
Tabel 4.35	Pengujian White Noise pada Residual Model ARIMA(2,1,[35])(1,1,0) ¹²	76
Tabel 4.36	Estimasi Parameter TSR	77
Tabel 4.37	Hasil Pengujian Ljung-Box pada Residual TSR ..	78
Tabel 4.38	Estimasi Parameter Pemodelan ARIMAX Air Terjual	78
Tabel 4.39	Pengujian White Noise pada Residual TSR ARIMA(0,1,1)(1,1,0) ¹²	79

Tabel 4.40	Hasil Perbandingan Akurasi Kelima Metode	80
Tabel 4.41	Hasil Ramalan Air Terjual	81

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1	Data Air Terjual	89
Lampiran 2	<i>Syntax</i> Program R SSA- <i>Automatic</i> ARIMA ..	90
Lampiran 3	<i>Syntax</i> Program R Automatic ARIMA	91
Lampiran 4	<i>Syntax</i> Program SAS Komponen <i>Trend</i>	92
Lampiran 5	<i>Syntax</i> Program SAS Komponen Musiman...	93
Lampiran 6	<i>Syntax</i> Program SAS Komponen <i>Noise</i>	94
Lampiran 7	<i>Syntax</i> Program SAS ARIMA	95
Lampiran 8	<i>Syntax</i> Program SAS ARIMAX	96
Lampiran 9	Simulasi SSA	97
Lampiran 10	Output SSA- <i>Automatic</i> ARIMA	113
Lampiran 11	Output <i>Automatic</i> ARIMA	117
Lampiran 12	Output SSA-ARIMA	118
Lampiran 13	Output ARIMA	131
Lampiran 14	Output ARIMAX	135
Lampiran 15	Surat Keterangan Perusahaan	138

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

DAFTAR NOTASI

ARIMA

a_t	<i>Error model yang bersifat white noise</i>
B	<i>Backshift operator</i>
Z_t	<i>Data time series dengan indeks t</i>
ΔZ_t	<i>Selisih amatan data ke-t dengan data sebelumnya</i>
$\hat{\phi}_{kk}$	<i>Fungsi autokorelasi parsial</i>
ϕ_p	<i>Koefisien parameter autoregressive</i>
θ_q	<i>Koefisien parameter moving average</i>
$\hat{\rho}_k$	<i>Fungsi autokorelasi</i>
Φ_P	<i>Koefisien parameter autoregressive musiman</i>
Θ_Q	<i>Koefisien parameter moving average musiman</i>
C	<i>Banyaknya parameter dalam model</i>
R^*	<i>Banyaknya data out-sample</i>
n	<i>Banyaknya data in-sample</i>

Singular Spectrum Analysis

F	<i>Deret Waktu</i>
F_n	<i>Deret waktu dengan panjang N</i>
ΔZ_t	<i>Selisih amatan data ke-t dengan data sebelumnya</i>
L	<i>Window Length</i>
K	<i>Jumlah L-lagged vectors dari F_N</i>
X_i	<i>L-lagged vectors ke-i dari deret waktu</i>
X	<i>Matriks lintasan</i>
X^T	<i>Matriks lintasan yang ditranspose</i>
U_i	<i>Vektor eigen ke-i dari SVD matriks</i>
O_i	<i>Vektor faktor ke-i dari SVD matriks</i>
T_t	<i>Data time series komponen Trend waktu ke-t</i>
S_t	<i>Data time series komponen Musiman waktu ke-t</i>
N_t^*	<i>Data time series komponen Noise waktu ke-t</i>
$M_{i,t}$	<i>Variabel Dummy Musiman ke-i waktu ke-t</i>
$V_{i,t}$	<i>Variabel Dummy Variasi Kalender ke-i waktu ke-t</i>

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Air memiliki peranan yang sangat penting dalam kehidupan manusia. Air dibutuhkan manusia tidak hanya untuk diminum, tetapi juga dibutuhkan hampir disetiap aktivitas manusia sehari-hari. Aktivitas manusia yang membutuhkan air bersih misalnya dalam mencuci pakaian, mencuci piring, mandi, dan lain-lain. Populasi manusia di bumi terus meningkat dan berdampak pada meningkatnya kebutuhan air bersih, tetapi ketersediaan air bersih terbatas.

Dahuri (2013) menyatakan bahwa 70% bagian permukaan bumi terdiri atas lautan. Hal ini dapat dilihat pada peta atau bola dunia, warna yang mendominasi peta maupun bola dunia adalah warna biru yang mewakili warna air di muka bumi. Menurut Purwanto (2009), Indonesia merupakan negara kepulauan, dimana luas wilayah lautnya mencapai 5,8 juta km² atau hampir dua pertiga luas wilayah Indonesia. Walaupun tampaknya air di bumi sangat banyak, pada kenyataannya, tidak semua air di bumi dapat dimanfaatkan oleh manusia untuk memenuhi kebutuhan sehari-hari. Menurut WWF (2012) air di bumi terdiri dari 97% air laut dan 3% air tawar. Dua per tiga dari air tawar di bumi adalah gletser dan es di kutub yang berfungsi menstabilkan iklim global. Hanya satu pertiga air tawar yang dapat dimanfaatkan oleh milyaran jiwa manusia di dunia. Artinya ketersediaan air yang dapat digunakan manusia terbatas, yaitu hanya 1% air tawar di bumi yang dapat digunakan manusia untuk mencukupi kebutuhan sehari-hari. Hal ini sangat berbanding terbalik dengan besarnya kebutuhan air bersih yang dibutuhkan oleh milyaran manusia di dunia.

Di Indonesia, *survey* yang dilakukan oleh Direktorat Pengembangan Air Minum, Ditjen Cipta Karya pada tahun 2006 menunjukkan setiap orang Indonesia mengkonsumsi air rata-rata sebesar 144 liter per hari. Pemakaian terbesar yaitu 45% dari total pemakaian air untuk keperluan mandi. Setiap orang membutuhkan kurang lebih 65 liter setiap hari untuk keperluan mandi.

Air minum adalah air yang melalui proses pengolahan atau tanpa pengolahan yang memenuhi syarat kesehatan dan dapat langsung diminum. Hal ini tertulis dalam Permendagri Nomor 23 tahun 2006 tentang Pedoman Teknis dan Tata Cara Pengaturan Tarif Air Minum pada Perusahaan Daerah Air Minum, Departemen dalam Negeri Republik Indonesia. Untuk memenuhi kebutuhan air bersih, maka dibangun beberapa pengolahan air bersih yang dikelola oleh Badan Usaha Milik Negara yaitu Perusahaan Daerah Air Minum (PDAM). PDAM merupakan salah satu penyedia sumber daya air, hal ini tertuang dalam Peraturan Pemerintah Nomor 121 tahun 2015 tentang Pengusahaan Sumber Daya Air. Salah satu PDAM yang ada di Indonesia adalah PDAM Giri Tirta Sari yang terletak di Kabupaten Wonogiri. PDAM Giri Tirta Sari Kabupaten Wonogiri memiliki empat sumber air yang digunakan dalam pengolahan air bersih, yaitu mata air, waduk, sumur dalam dan sungai. Waduk Gajah Mungkur yang terletak di Kabupaten Wonogiri merupakan salah satu waduk yang terbesar di Indonesia. Waduk Gajah Mungkur tidak hanya digunakan untuk masyarakat Wonogiri saja, melainkan juga digunakan untuk Kabupaten lain, yaitu Kabupaten Sukoharjo, Sragen, Karanganyar, dan kota Solo. Apabila terjadi pemborosan sumber daya air di Kabupaten Wonogiri, maka akan berdampak pada ketersediaan air di Kabupaten lain. Sehingga, lebih baik pemanfaatan sumber air di Kabupaten Wonogiri dioptimalkan agar tidak berdampak buruk pada ketersediaan air di Kabupaten lain.

Semakin bertambahnya penduduk, semakin bertambah pula air yang tejual di PDAM Giri Tirta Sari Kabupaten Wonogiri. Hal ini mengindikasikan adanya pola *trend*, diperkuat pula dengan semakin bertambahnya jumlah pelanggan PDAM. Data dari PDAM Wonogiri menunjukkan bahwa pada bulan Juni 2017, terjadi kenaikan pelanggan sebesar 2,3% dari bulan Juni 2016. Ketersediaan sumber air yang akan diproduksi PDAM Wonogiri dipengaruhi oleh musim hujan dan musim kemarau. Sehingga, pola air terjual di PDAM Giri Tirta Sari Kabupaten Wonogiri diduga mengandung pola *trend* dan musiman.

Penelitian mengenai peramalan air bersih telah dilakukan di Indonesia maupun di luar negeri. Nurina & Irhamah (2013) melakukan peramalan volume pemakaian air sektor rumah tangga di Kabupaten Gresik. Hasil penelitian menunjukkan bahwa volume pemakaian air bulan ini berkaitan dengan volume pemakaian air pada dua belas dan dua puluh empat bulan sebelumnya, serta berkaitan pula dengan jumlah penduduk pada delapan, dua puluh dan tiga puluh dua periode sebelumnya. Pradhani & Mukarromah (2014) melakukan peramalan volume produksi air bersih di Kabupaten Bojonegoro berdasarkan jumlah pelanggan dan volume konsumsi air. Asfihani (2017) melakukan peramalan volume pemakaian air di Surabaya dengan menggunakan metode ARIMA. Metode ARIMA memberikan akurasi yang lebih baik untuk pelanggan kategori rumah tangga kelas menengah kebawah dengan model ARIMA(1,1,[12]). Rofik (2017) melakukan peramalan air bersih di PDAM Sumber Pocong Kabupaten Bangkalan menggunakan metode ARIMA. Model terbaik dari hasil penelitian adalah ARIMA (0,1,[1,4,12]) dengan nilai AIC sebesar 1286,31.

Penelitian peramalan air juga dilakukan di luar negeri oleh Boubaker (2017) yang melakukan peramalan permintaan air perbulan di Arab Saudi. Metode peramalan yang digunakan adalah kombinasi metode ARIMA dan *Particle Swarm Optimization* (PSO). Salah satu performansi indikator yang digunakan dalam penelitian tersebut adalah MAPE sebesar 5,28%. Diharapkan bahwa model PSO-ARIMA lebih baik dibanding model ANN (*Artificial Neural Network*), AR, dan ARIMA. Selain itu, metode PSO-ARIMA tidak membutuhkan *preprocessing* data seperti *re-scaling* pada ANN, dan stasioneritas pada *stochastic time series* (STS).

Penelitian air yang telah dilakukan sebelumnya tidak mendekomposisi data menjadi pola *trend* dan musiman. Salah satu teknik analisis deret waktu yang dapat mendekomposisi *trend* dan musiman adalah *Singular Spectrum Analysis* (SSA). SSA mendekomposisi deret waktu asli menjadi suatu penjumlahan dari sejumlah kecil komponen independen seperti komponen *trend*, musiman, dan *noise* (Golyandina, Nekrutkin, & Zhigljavsky,

2001). Sehingga pada penelitian ini digunakan metode SSA untuk mendekomposisi data ke dalam pola *trend*, musiman, dan *noise*.

Zhang, Wang, He, Peng, & Ren (2011) melakukan peramalan aliran waduk Biliuhe dan waduk Dahuofang di China. Metode utama yang digunakan adalah metode hibrida SSA-ARIMA, sedangkan metode pembandingan yaitu ARIMA dan SSA-LRF. Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode hibrida SSA-ARIMA memiliki performansi paling baik daripada metode pembandingan. Penelitian SSA juga dilakukan oleh Li, Cui, & Guo (2014) yang meramalkan listrik beban jangka pendek menggunakan model hibrida SSA dan *Autoregressive* (AR). Awalnya metode SSA digunakan untuk mendekomposisi dan merekonstruksi series data. Kemudian metode AR digunakan untuk peramalan berdasarkan rekonstruksi series data. Berdasarkan hasil analisis, metode hibrida SSA-AR menghasilkan kinerja yang lebih baik pada data beban listrik jangka pendek dibandingkan metode *single* AR, metode SSA-LRF (*Linear Recurrent Formula*), dan metode BPNN (*backpropagation neural network*).

Lopes, Costa, & Lima (2015) melakukan peramalan permintaan energi industri di Brazil menggunakan metode SSA-LRF. Hasil penelitian menggunakan metode SSA-LRF sangat mendekati data sesungguhnya dengan nilai EMR sebesar 0,85%. Metode SSA-LRF sangat efektif terhadap komponen *trend* dan musiman pada data. Sehingga, metode SSA-LRF dapat diaplikasikan sebagai alat untuk memonitoring pengelolaan, khususnya pada pengelolaan permintaan energi. Selain itu, dengan menggunakan SSA-LRF, akan sangat mungkin untuk memprediksi permintaan pada banyak kasus, sehingga akan mengurangi biaya dan memaksimalkan efisiensi.

Hassani, Webster, Silva, & Harevi (2015) melakukan peramalan kedatangan turis di US menggunakan metode *vector* SSA (VSSA). Selain metode *vector* SSA, metode peramalan yang digunakan adalah *automatic* ARIMA, *neural network*, dan *exponential smoothing*. Langkah dalam melakukan *automatic* ARIMA mengikuti dari penelitian Hydman & Khandakar (2008).

Hasil analisis menunjukkan bahwa metode VSSA lebih akurat dibanding metode *automatic* ARIMA, *neural network*, maupun *exponential smoothing*.

Di Indonesia penelitian metode SSA dilakukan oleh Siregar, Prariesa, & Darmawan (2017) yang meneliti aplikasi metode SSA-LRF dalam peramalan pertumbuhan ekonomi Indonesia tahun 2017. Peramalan yang digunakan adalah metode *recurrent forecasting* dengan *bootstrap confidence interval* untuk melihat selang kepercayaannya. Data yang digunakan adalah data Produk Domestik Bruto (PDB) riil triwulanan tahun 2000-2016. Hasil penelitian tersebut menunjukkan bahwa metode SSA dengan *recurrent forecasting* dapat dijadikan metode yang handal dan dapat dikatakan valid dilihat dari nilai MAPE sebesar 0,82%.

Selain itu, penelitian menggunakan SSA dan ARIMA dilakukan oleh Ete, Suharsono, & Suhartono (2017) pada jumlah wisatawan mancanegara yang masuk ke Indonesia menurut pintu masuk. Hasilnya, SSA dengan peramalan berulang akan menghasilkan tingkat akurasi ramalan yang lebih tinggi dari metode ARIMA ketika data yang digunakan mengandung komponen musiman yang kompleks.

Saat ini, terjadi ketidakseimbangan antara produksi air bersih dan kebutuhan konsumsi air bersih di Kabupaten Wonogiri. Rata-rata jumlah air bersih yang didistribusikan sebesar 527.292 m³/bulan, sedangkan rata-rata air bersih yang terjual sebesar 426.866 m³/bulan. Setiap bulannya, rata-rata air yang terbuang sebesar 100.426 m³/bulan. Hal ini menjadikan terjadi pemborosan sumber daya air dan pihak PDAM Giri Tirta Sari Kabupaten Wonogiri tidak mendapatkan pendapatan yang optimal. Oleh karena itu, pada penelitian ini akan dilakukan peramalan air terjual PDAM Giri Tirta Sari Kabupaten Wonogiri dengan menggunakan metode hibrida SSA dan *automatic* ARIMA. *Automatic* ARIMA digunakan karena metode ini mempermudah dalam penentuan model dan menghasilkan model dengan cepat. Metode SSA diharapkan dapat mendekomposisi data air terjual ke dalam pola *trend*, musiman, dan *noise*. Penelitian ini diharapkan dapat

membantu PDAM Giri Tirta Sari Kabupaten Wonogiri dalam memproduksi air bersih secara optimal sehingga tidak terjadi pemborosan sumber daya air.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah yang akan dibahas pada penelitian ini berdasarkan permasalahan yang telah diuraikan adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana hasil dekomposisi dan peramalan menggunakan metode hibrida *SSA-Automatic* ARIMA dari hasil studi simulasi?
2. Bagaimana model peramalan air terjual PDAM Giri Tirta Sari Kabupaten Wonogiri menggunakan metode *SSA-Automatic* ARIMA?
3. Bagaimana perbandingan hasil peramalan air terjual PDAM Giri Tirta Sari Kabupaten Wonogiri menggunakan metode *SSA-Automatic* ARIMA dengan model peramalan ARIMAX, *Automatic* ARIMA, ARIMA, dan *SSA-ARIMA*?
4. Bagaimana hasil peramalan air terjual PDAM Giri Tirta Sari Kabupaten Wonogiri periode September 2017 hingga Agustus 2018?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan permasalahan yang telah disebutkan di atas, tujuan penelitian yang ingin dicapai pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Memperoleh hasil dekomposisi dan peramalan menggunakan metode hibrida *SSA-Automatic* ARIMA dari hasil studi simulasi.
2. Memperoleh model peramalan air terjual PDAM Giri Tirta Sari Kabupaten Wonogiri menggunakan metode *SSA-Automatic* ARIMA.
3. Mengetahui perbandingan hasil peramalan air terjual PDAM Giri Tirta Sari Kabupaten Wonogiri menggunakan metode *SSA-Automatic* ARIMA dengan model peramalan

ARIMAX, *Automatic* ARIMA, ARIMA, dan SSA-ARIMA.

4. Memperoleh hasil peramalan air terjual PDAM Giri Tirta Sari Kabupaten Wonogiri periode September 2017 hingga Agustus 2018.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan beberapa manfaat bagi berbagai pihak, diantaranya sebagai berikut:

1. Memberikan informasi kepada pihak PDAM Giri Tirta Sari Kabupaten Wonogiri yang dapat digunakan sebagai bahan pertimbangan dalam mengoptimalkan produksi air bersih.
2. Memberikan wawasan keilmuan statistika mengenai penerapan metode SSA dan *Automatic* ARIMA.

1.5 Batasan Masalah

Batasan pada penelitian ini adalah data air terjual PDAM Giri Tirta Sari yang digunakan yaitu periode bulan Januari 2006 hingga bulan Agustus 2017. Besarnya air terjual di PDAM Giri Tirta Sari Kabupaten Wonogiri juga merupakan besarnya air bersih yang dikonsumsi masyarakat Wonogiri. Metode yang digunakan sebagai pembanding metode SSA-*Automatic* ARIMA adalah metode ARIMA, metode *automatic* ARIMA, metode hibrida SSA-ARIMA dan metode ARIMAX.

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

Tinjauan pustaka pada penelitian ini akan membahas mengenai konsep dasar time series, ARIMA, SSA, ARIMAX, PDAM Giri Tirta Sari Kabupaten Wonogiri, dan air bersih.

2.1 Konsep Dasar *Time Series*

Wei (2006) menyatakan bahwa analisis *time series* merupakan dugaan atau perkiraan suatu peristiwa di masa mendatang atau dapat diartikan sebagai serangkaian pengamatan terhadap suatu variabel yang diambil dari waktu ke waktu dan dicatat secara berurutan menurut urutan waktu kejadian dengan interval waktu yang tetap dimana setiap pengamatan dinyatakan sebagai variabel random Z_t yang didapatkan berdasarkan indeks waktu tertentu sebagai urutan waktu pengamatan. Secara umum, tujuan dari analisis *time series* adalah untuk menemukan bentuk pola dari data di masa lalu dan melakukan peramalan terhadap sifat-sifat dari data di masa yang akan datang. Pada saat t_1, t_2, \dots, t_n pengamatan suatu deret berkala membentuk suatu deret dan mempunyai variabel random $Z_{t_1}, Z_{t_2}, \dots, Z_{t_n}$ dengan fungsi distribusi bersama yaitu $F(Z_{t_1}, Z_{t_2}, \dots, Z_{t_n})$.

Dalam analisis *time series*, data pengamatan yang disimbolkan dengan Z_t disyaratkan mengikuti proses stokastik yaitu suatu kelompok data berdasarkan waktu yang tersusun oleh variabel random $Z(\omega, t)$ dimana ω adalah ruang sampel dan t adalah indeks waktu (Wei, 2006). Beberapa contoh data *time series* adalah data harian jumlah penumpang kereta api, data bulanan penjualan sepeda motor, data bulanan konsumsi masyarakat terhadap kebutuhan listrik.

2.2 *Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA)*

ARIMA merupakan salah satu model yang sering digunakan dalam peramalan data *time series*. ARIMA forecasting terbagi menjadi empat yaitu *Autoregressive (AR)*, *Moving Average (MA)*, *Autoregressive Moving Average (ARMA)*, dan *Autoregressive*

Integrated Moving Average (ARIMA). Model *Autoregressive* (AR) merupakan suatu model yang menunjukkan adanya keterkaitan antara suatu nilai pada waktu sekarang (Z_t) dengan nilai pada waktu sebelumnya (Z_{t-k}), ditambah dengan nilai acak a_t yang *white noise* dan berdistribusi normal $(0, \sigma_a^2)$. Model MA menunjukkan adanya keterkaitan antara nilai pada waktu sekarang (Z_t) dengan nilai residual pada waktu sebelumnya (a_{t-k} dengan $k = 1, 2, 3, \dots$). Gabungan dari model *Autoregressive* AR dan *Moving Average* MA akan membentuk model ARMA, sedangkan ARIMA (p, d, q) merupakan model ARMA (p, q) yang memperoleh *differencing* sebanyak d . Bentuk umum dari model ARIMA (p, d, q) adalah:

$$\phi_p(B)(1 - B)^d Z_t = \theta_q(B)a_t \quad (2.1)$$

dengan p adalah orde model AR, q adalah orde model MA, d adalah orde *differencing*, dan

$$\begin{aligned} \phi_p(B) &= (1 - \phi_1 B^1 - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) \\ \theta_q(B) &= (1 - \theta_1 B^1 - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q). \end{aligned}$$

Generalisasi dari model ARIMA untuk data yang memiliki pola musiman ditulis dengan ARIMA $(p, d, q)(P, D, Q)^s$ dan dirumuskan sebagai berikut:

$$\phi_p(B)\Phi_P(B^s)(1 - B)^d(1 - B^s)^D Z_t = \theta_q(B)\Theta_Q(B^s)a_t \quad (2.2)$$

dengan s merupakan periode musiman, dan

$$\begin{aligned} \Phi_P(B^s) &= (1 - \Phi_1 B^s - \Phi_2 B^{2s} - \dots - \Phi_P B^{Ps}) \\ \Theta_Q(B^s) &= (1 - \Theta_1 B^s - \Theta_2 B^{2s} - \dots - \Theta_Q B^{Qs}). \end{aligned}$$

Langkah-langkah dalam melakukan pemodelan ARIMA meliputi identifikasi model, estimasi dan pengujian parameter, diagnosis model, pemilihan model terbaik, dan peramalan (Wei, 2006:108).

2.2.1 Identifikasi Model

Proses identifikasi model dapat dilakukan melalui dua tahap yaitu dengan melihat kestasioneran data dalam varians dan *mean* melalui *time series plot*, selanjutnya dengan plot ACF dan plot PACF. Berikut uraian mengenai kedua tahap identifikasi model :

1. Kestasioneran Data

Kestasioneran data dapat diketahui secara visual, jika plot *time series* menyebar di sekitar garis sejajar dengan sumbu waktu (t) maka data dikatakan stasioner dalam *mean*. Uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) merupakan salah satu pengujian *unit root* dalam mengujian kestasioneran data dalam *mean* (Gujarati,2004). Pada penelitian ini, uji ADF dilakukan dengan *software* Eviews.

$$\Delta Z_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta Z_{t-1} + \sum_{i=1}^m \alpha_i \Delta Z_{t-i} + a_t \quad (2.3)$$

dengan:

$$a_t = \text{error}$$

$$\delta = \text{koefisien regresi}$$

$$\Delta Z_{t-i} = Z_{t-i} - Z_{t-i-1}$$

Hipotesis untuk pengujian ADF adalah:

$$H_0 : \delta = 0$$

$$H_1 : \delta < 0$$

Jika nilai $|\tau_{hitung}|$ lebih dari nilai τ_{tabel} , maka hipotesis dapat ditolak. Hal ini berarti bahwa data telah stasioner. Apabila data tidak stasioner dalam *mean*, maka dapat diatasi dengan cara melakukan *differencing* dengan rumus berikut :

$$W_t = (1 - B)^d Z_t \quad (2.4)$$

dengan Z_t merupakan pengamatan pada waktu ke- t .

Tabel 2.1 Transformasi Box-Cox

Nilai lambda (λ)	Transformasi
-1,0	$\frac{1}{Z_t}$
-0,5	$\frac{1}{\sqrt{Z_t}}$
0,0	$\ln Z_t$
0,5	$\sqrt{Z_t}$
1,0	Z_t (Tidak ditransformasi)

Suatu data dikatakan stasioner dalam varians dapat dilihat melalui transformasi Box-Cox. Macam-macam bentuk transformasi Box-Cox disajikan dalam Tabel 2.1 (Wei, 2006:85).

2. ACF dan PACF

Wei (2006) menyatakan bahwa *Autocorrelation Function* (ACF) merupakan korelasi antara Z_t dan Z_{t+k} dari proses yang sama pada *lag* waktu yang berbeda. Perhitungan ACF untuk sampel Z_1, Z_2, \dots, Z_n dapat diperoleh melalui persamaan berikut:

$$\hat{\rho}_k = \frac{\hat{\gamma}_k}{\hat{\gamma}_0} = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t+k} - \bar{Z})}{\sum_{t=1}^n (Z_t - \bar{Z})^2}, k = 0, 1, 2, \dots \quad (2.5)$$

dengan

$\bar{Z} = \sum_{t=1}^n \frac{Z_t}{n}$ yang merupakan rata-rata sampel.

Dalam analisis *time series*, perlu dilakukan pula perhitungan korelasi antara Z_t dan Z_{t+k} namun korelasi antara Z_t dan Z_{t+k} dengan Z_1, Z_2, \dots, Z_n telah dihilangkan. Korelasi bersyarat $\text{Corr}(Z_t, Z_{t+k} | Z_{t+1}, Z_{t+2}, \dots, Z_{t+k-1})$ inilah yang merupakan *Partial Autocorrelation* dalam analisis *time serie*. Perhitungan PACF untuk sampel dapat diperoleh melalui persamaan berikut:

$$\hat{\phi}_{k+1,k+1} = \frac{\hat{\rho}_{k+1} - \sum_{j=1}^k \hat{\phi}_{kj} \hat{\rho}_{k+1-j}}{1 - \sum_{j=1}^k \hat{\phi}_{kj} \hat{\rho}_j} \quad (2.6)$$

dan

$$\hat{\phi}_{k+1,j} = \hat{\phi}_{k,j} - \hat{\phi}_{k+1,k+1} \hat{\phi}_{k,k+1-j}, j = 1, 2, \dots, k. \quad (2.7)$$

Plot ACF digunakan untuk menduga model yang sesuai pada suatu proses yang stasioner dalam *mean* ($E(Z_t) = \mu$) maupun dalam varians. Selain dengan plot ACF, pendugaan model juga dapat dilakukan secara bersama-sama dengan plot PACF (*Partial Autocorrelation Function*). Ciri-ciri dugaan model ARIMA berdasarkan lag yang keluar pada plot ACF dan PACF ditunjukkan oleh Tabel 2.2 (Wei, 2006:109).

Tabel 2.2 Karakteristik ACF dan PACF untuk Model ARIMA

Model	ACF	PACF
AR(p)	Turun cepat membentuk eksponensial	Terpotong setelah lag p
MA(q)	Terpotong setelah lag q	Turun cepat membentuk eksponensial
ARMA(p, q)	Turun cepat setelah lag $q - p$	Turun cepat setelah lag $p - q$

2.2.2 Estimasi Parameter

Salah satu metode yang dapat digunakan untuk mengestimasi parameter model ARIMA adalah metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Asumsi yang diperlukan pada metode MLE adalah *error* a_t berdistribusi normal. *Error* a_t dapat dinyatakan dalam fungsi Z_t , dan parameter ϕ, θ, σ_a^2 serta *error-error* sebelumnya. Karena *error* bersifat independen, maka distribusi bersama dari a_1, a_2, \dots, a_n adalah :

$$P(a|\phi, \mu, \theta, \sigma_a^2) = (2\pi\sigma_a^2)^{-\frac{n}{2}} \exp \left[-\frac{1}{2\sigma_a^2} \sum_{t=1}^n a_t^2 \right] \quad (2.8)$$

Secara umum bentuk a_t adalah:

$$a_t = Z_t - \phi_1 Z_{t-1} - \dots - \phi_p Z_{t-p} + \theta_1 a_{t-1} + \dots + \theta_q a_{t-q} \quad (2.9)$$

Fungsi *likelihood* untuk parameter model jika diketahui data pengamatan adalah:

$$\ln L_*(\phi, \theta, \sigma_a^2) = -\frac{n}{2} \ln 2\pi\sigma_a^2 - \frac{S_*(\phi, \theta)}{2\sigma_a^2} \quad (2.10)$$

dengan :

$$S_*(\phi, \theta) = \sum_{t=p+1}^n a_t^2(\phi, \theta|Z) \quad (2.11)$$

Fungsi log *likelihood* yang diperoleh adalah :

$$l(\phi, \theta, \sigma_a^2) = -\frac{n}{2} \log(2\pi) - \frac{n}{2} \log(\sigma_a^2) - \frac{1}{2\sigma_a^2} S(\phi, \theta) \quad (2.12)$$

Maksimum fungsi log *likelihood* dihitung melalui turunan pertama persamaan (2.12) terhadap masing-masing parameter dan disamadengankan yaitu:

$$\frac{\partial l(\phi, \theta, \sigma_a^2 | Z)}{\partial \phi} = 0, \frac{\partial l(\phi, \theta, \sigma_a^2 | Z)}{\partial \theta} = 0, \frac{\partial l(\phi, \theta, \sigma_a^2 | Z)}{\partial \sigma_a^2} = 0 \quad (2.13)$$

Parameter yang telah diperoleh selanjutnya diuji signifikansinya. Misalkan secara umum parameter model AR dinotasikan dengan ϕ maka signifikansi parameter ϕ diuji dengan hipotesis berikut:

$$H_0: \phi = 0$$

$$H_1: \phi \neq 0$$

Statistik uji yang digunakan adalah:

$$t_{hitung} = \frac{\hat{\phi}}{SE(\hat{\phi})}. \quad (2.14)$$

Tingkat signifikansi pengujian sebesar α dan C menyatakan banyaknya parameter dalam model, hipotesis nol ditolak bila :

$$|t_{hitung}| > t_{\frac{\alpha}{2}, n-p}$$

yang berarti parameter model adalah signifikan atau berbeda dengan nol (Wei, 2006).

2.2.3 Diagnosis Model

Menurut Wei (2006), pengujian kesesuaian model dilakukan dengan menguji residual dari model yang dibentuk. Model dikatakan sesuai jika pengujian residual yang didapatkan memenuhi asumsi *white noise* dan berdistribusi normal. Uji Ljung-Box-Pierce digunakan untuk menguji asumsi *white noise*, sementara uji kenormalan dilakukan dengan menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov. Berikut merupakan hipotesis pada uji Ljung-Box-Pierce untuk pengujian *white noise*:

$$H_0: \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_K \text{ (residual white noise)}$$

$$H_1: \text{minimal ada satu } \rho_k \neq 0, \text{ untuk } k = 1, 2, \dots, K$$

dengan statistik uji sebagai berikut :

$$Q = n(n+2) \sum_{k=1}^K \frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k} \quad (2.15)$$

dengan :

n = banyaknya pengamatan yang dilakukan,

$\hat{\rho}_k$ = taksiran autokorelasi residual pada lag ke- k .

Residual memenuhi asumsi *white noise* jika gagal tolak H_0 yaitu bila nilai $Q < X_{\alpha, df}^2$ atau $p\text{-value} > \alpha$.

Pengujian asumsi kenormalan menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov (KS) dengan hipotesis sebagai berikut :

H_0 : residual mengikuti asumsi distribusi normal

H_1 : residual tidak mengikuti asumsi distribusi normal

dengan nilai statistik uji :

$$D = \sup |F_n(a_t) - F_0(a_t)| \quad (2.16)$$

dengan :

$F_n(a_t)$ = fungsi peluang kumulatif yang dihitung dari data sampel,

$F_0(a_t)$ = fungsi peluang kumulatif distribusi normal atau fungsi yang dihipotesiskan

\sup = nilai maksimum semua a_t dari $|F_n(a_t) - F_0(a_t)|$

Statistik uji D menghasilkan keputusan tolak H_0 jika D lebih dari $D_{(1-\alpha, n)}$ atau $p\text{-value}$ kurang dari α , dengan n adalah ukuran sampel yang digunakan (Daniel, 1989:344).

2.2.4 Pemilihan Model Terbaik

Pemilihan model terbaik terbagi dari kriteria *in-sample* dan kriteria *out-sample*. Pemilihan model terbaik pada kriteria *in-sample* dapat menggunakan nilai AIC (*Akaike's Information Criterion*) yang terkecil, AIC merupakan kriteria pemilihan model terbaik yang mempertimbangkan banyaknya parameter dalam model. Berikut merupakan rumus untuk menghitung nilai AIC,

$$AIC = n \ln \hat{\sigma}_a^2 + 2C \quad (2.17)$$

dengan:

$\hat{\sigma}_a^2$ = estimasi maksimum likelihood dari σ_a^2

C = banyaknya parameter dalam model

n = banyaknya pengamatan (Wei, 2006:156).

Selain itu, pemilihan model terbaik dapat menggunakan akurasi berdasar nilai *error* yaitu *Root Mean Square Error* (RMSE) dan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE). Perhitungan tingkat kesalahan menggunakan RMSE ditunjukkan pada persamaan (2.18) dan perhitungan MAPE ditunjukkan oleh persamaan (2.19), yaitu:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{R} \sum_{r=1}^R (Z_{n+r} - \hat{Z}_n(r))^2} \quad (2.18)$$

$$MAPE = \frac{\sum_{r=1}^R \left| \frac{Z_{n+r} - \hat{Z}_n(r)}{Z_{n+r}} \right|}{R} \times 100\% \quad (2.19)$$

dengan:

Z_{n+r} = data aktual ke $-r$.

$\hat{Z}_n(r)$ = data ramalan r tahap ke depan.

n = banyaknya data *in-sample*.

R^* = banyaknya data *out-sample*.

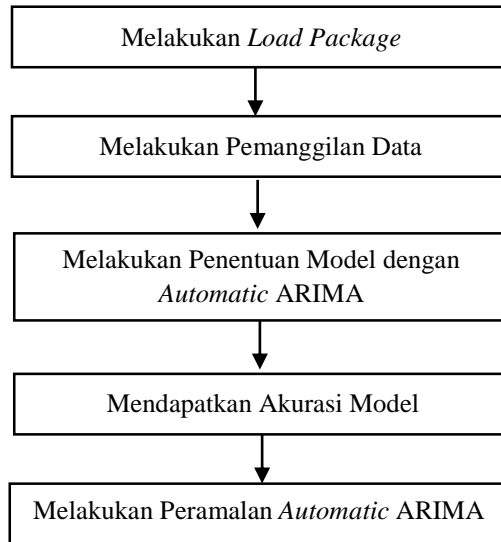
2.3 Automatic ARIMA

Hyndman dan Khandakar (2008) menyatakan bahwa penggunaan *forecast package* pada *software* R sangat membantu dalam peramalan dengan data yang besar. Prosedur peramalan *automatic ARIMA* menggunakan *package forecast* pada *software* R ditunjukkan pada Gambar 2.1.

Pada *Automatic ARIMA*, penentuan model tidak menggunakan plot ACF dan plot PACF melainkan menggunakan nilai AIC terkecil. Stasioneritas pada metode *Automatic ARIMA* berdasarkan uji *unit root*, yaitu *Augmented Dickey-Fuller* atau *ADF test*.

Cara kerja *Automatic ARIMA* yaitu dengan mencoba satu per satu kemungkinan, dimana nilai p dan q dimulai dari 0 hingga 5. Nilai P dan Q dimulai dari 0 hingga 2, serta nilai d sebesar 0 hingga

2, sedangkan nilai D sebesar 0 atau 1. Model akan terbentuk dari kemungkinan-kemungkinan yang ada dengan nilai AIC terkecil.



Gambar 2.1 Prosedur Metode *Automatic ARIMA*

2.4 *Singular Spectrum Analysis (SSA)*

Singular Spectrum Analysis (SSA) dikenal sebagai metode yang *powerful* untuk analisis deret waktu. SSA adalah teknik analisis deret waktu dan peramalan yang menggabungkan unsur analisis klasik *time series*, *multivariate statistics*, *multivariate geometric*, *dynamical system*, dan *signal processing* (Golyandina & Zhigljavsky, 2013). Menurut Hassani (2007) tujuan utama dari SSA yaitu menguraikan serial aslinya menjadi sejumlah kecil komponen yang dapat diidentifikasi seperti *trend*, musiman, dan *noise*, kemudian diikuti oleh rekonstruksi dari serial aslinya. Menurut Golyandina, Nekrutkin, & Zhigljavsky (2001), langkah-langkah yang perlu dilakukan dalam tahap peramalan metode SSA diketahui sebagai berikut.

2.4.1 Embedding

Suatu deret waktu bernilai *real* $F = (f_0, f_1, \dots, f_{n-1})$ dengan panjang n . Diasumsikan bahwa $n > 2$ dan F adalah suatu deret waktu tidak nol, yaitu terdapat setidaknya satu i sehingga $f_i \neq 0$. Prosedur *embedding* memetakan deret waktu asli ke serangkaian *lagged vector* multidimensi. Diberikan L berupa suatu bilangan bulat yang disebut *window length*, $1 < L < N$. Prosedur *embedding* membentuk $K = N - L + 1$ *lagged vectors*.

$$X_i = (f_{i-1}, \dots, f_{i+L-2})^T, (1 \leq i \leq K) \quad (2.20)$$

yang mempunyai dimensi L . Jika dimensi dari X_i yang ditekankan, maka X_i disebut sebagai *L-lagged vectors*. Matriks lintasan dari deret F digambarkan sebagai berikut:

$$\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1 : \dots : \mathbf{X}_K] = \left(x_{ij} \right)_{i,j=1}^{L,K} = \begin{pmatrix} f_0 & f_1 & f_2 & \dots & f_{K-1} \\ f_1 & f_2 & f_3 & \dots & f_K \\ f_2 & f_3 & f_4 & \dots & f_{K+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{L-1} & f_L & f_{L+1} & \dots & f_{N-1} \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

Lagged vectors X_i adalah kolom dari matriks lintasan X . Baris dan kolom dari X adalah subderet dari deret asli. Unsur ke- (i, j) dari matriks X adalah $X_{ij} = f_{i+j-2}$. Matriks lintasan X merupakan sebuah matriks Hankel. Jika N dan L ditetapkan, maka ada korespondensi satu-satu antara matriks lintasan dan deret waktu.

2.4.2 Singular Value Decomposition (SVD)

Diberikan $S = XX^T$. Misalkan $\lambda_1, \dots, \lambda_L$ adalah nilai eigen dari matriks S dimana $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_L \geq 0$ dan U_1, \dots, U_L adalah vektor eigen dari matriks S yang bersesuaian dengan nilai eigen. $d = \max\{i, \text{sehingga } \lambda_i > 0\}$ merupakan *rank* dari matriks X . Jika $O_i = X^T U_i / \sqrt{\lambda_i}$, untuk $i = 1, 2, \dots, d$, maka SVD dari matriks lintasan X dapat ditulis sebagai

$$X = X_1 + X_2 + \dots + X_d \quad (2.22)$$

dimana $X_i = \sqrt{\lambda_i} U_i O_i^T$. Matriks X_i mempunyai *rank* 1, oleh karena itu matriks X_i adalah matriks elementer. Kumpulan (λ_i, U_i, O_i) disebut *eigentriple* ke- i dari SVD (2.22).

2.4.3 Pengelompokan

Setelah ekspansi (2.22) diperoleh, prosedur pengelompokan akan memartisi himpunan indeks $\{i, \dots, d\}$ menjadi m himpunan bagian yang saling lepas, I_1, \dots, I_m . Diberikan $I = \{i_1, \dots, i_p\}$, maka matriks X_I yang dihasilkan sesuai dengan kelompok I yang didefinisikan sebagai $X_I = X_{i_1} + \dots + X_{i_p}$. Matriks ini dihitung untuk $I = I_1, \dots, I_m$ dan ekspansi (2.22) menyebabkan dekomposisi

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}_{I_1} + \dots + \mathbf{X}_{I_m}. \quad (2.23)$$

Prosedur pemilihan himpunan I_1, \dots, I_m disebut sebagai pengelompokan *eigentriple*. Jika $m = d$ dan $I_j = \{j\}$, $j = 1, \dots, d$, maka pengelompokan yang sesuai disebut elementer.

2.4.4 Diagonal Averaging

Langkah terakhir dalam SSA adalah mengubah setiap matriks X_{I_j} dari dekomposisi yang dikelompokan (2.23) menjadi suatu deret baru dengan panjang n . Misalkan Y adalah sebuah matriks berukuran $L \times K$ dengan unsur-unsur y_{ij} , $1 \leq i \leq L$, $1 \leq j \leq K$, untuk $L \leq K$. Diberikan $L^* = \min(L, K)$, $K^* = \max(L, K)$, $n = L + K - 1$, $y_{ij}^* = y_{ij}$ jika $L < K$ dan $y_{ij}^* = y_{ji}$ jika $L > K$.

Diagonal averaging memindahkan matriks Y ke deret g_0, g_1, \dots, g_{n-1} dengan rumus pada pernyataan (2.24). Pernyataan (2.24) berhubungan dengan rata-rata elemen matriks atas *antidiagonals* $i + j = k + 2$. Untuk pilihan $k = 0$ akan menghasilkan $g_0 = y_{1,1}$, pilihan $k = 1$ akan menghasilkan nilai $g_1 = (y_{1,2} + y_{2,1})/2$, dan seterusnya. Perhatikan bahwa jika matriks Y adalah matriks lintasan dari beberapa deret $(h_0, h_1, \dots, h_{n-1})$, maka $g_i = h_i$ untuk semua i .

$$g_k = \begin{cases} \frac{1}{k+1} \sum_{m=1}^{k+1} y_{m,k-m+2}^*, & 0 \leq k < L^* - 1 \\ \frac{1}{L^*} \sum_{m=1}^{L^*} y_{m,k-m+2}^*, & L^* - 1 \leq k < K^* \\ \frac{1}{N-k} \sum_{m=k-K^*+2}^{N-K^*+1} y_{m,k-m+2}^*, & K^* \leq k < N \end{cases} \quad (2.24)$$

Jika *diagonal averaging* (2.24) diterapkan pada matriks X_{I_k} yang dihasilkan, maka akan diperoleh suatu deret yang direkonstruksi $F^{(k)} = (f_0^{(k)}, \dots, f_{N-1}^{(k)})$. Oleh karena itu, deret awal f_0, \dots, f_{N-1} didekomposisi menjadi jumlah dari m deret yang direkonstruksi:

$$f_j = \sum_{k=1}^m \tilde{f}_j^{(k)}, j = 0, 1, \dots, n-1. \quad (2.25)$$

Perhitungan SSA secara manual telah dilakukan dengan contoh membangkitkan data yang mengandung pola *trend*, musiman, dan *noise*. Berikut data yang digunakan dalam contoh perhitungan manual SSA disajikan pada Tabel 2.3.

Tabel 2.3 Data Contoh SSA Manual

<i>Trend</i>	<i>Musiman</i>	<i>Noise</i>	Z_t
1	15,00	0,02	16,02
2	10,01	0,81	12,81
3	5,00	0,20	8,20
4	9,98	0,22	14,20
5	15,00	0,70	20,70
6	10,02	0,23	16,26
7	5,00	0,71	12,71
8	9,97	0,16	18,13
9	15,00	0,89	24,89
10	10,04	0,56	20,60

Tahap pertama yaitu *embedding*, pada tahap ini ditentukan besarnya parameter *window length* (L) untuk membentuk matrik lintasan X . Parameter *window length* yang digunakan sebesar

setengah dari data ($L=5$), maka besarnya $K=6$. Sehingga terbentuk matriks lintasan X berukuran 5×6 .

$$X = \begin{bmatrix} 16,02 & 12,81 & 8,20 & 14,20 & 20,70 & 16,26 \\ 12,81 & 8,20 & 14,20 & 20,70 & 16,26 & 12,71 \\ 8,20 & 14,20 & 20,70 & 16,26 & 12,71 & 18,13 \\ 14,20 & 20,70 & 16,26 & 12,71 & 18,13 & 24,89 \\ 20,70 & 16,26 & 12,71 & 18,13 & 24,89 & 20,60 \end{bmatrix}$$

Tahap selanjutnya yaitu SVD, hal pertama yang dilakukan yaitu membentuk matriks S . Matriks S diperoleh dari $S = XX^T$.

$$S = \begin{bmatrix} 1382,60 & 1263,91 & 1271,67 & 1586,36 & 1751,61 \\ 1263,91 & 1287,47 & 1288,98 & 1456,55 & 1620,59 \\ 1271,67 & 1288,98 & 1451,85 & 1635,02 & 1647,91 \\ 1586,36 & 1456,55 & 1635,02 & 2003,96 & 2031,14 \\ 1751,61 & 1620,59 & 1647,91 & 2031,14 & 2226,49 \end{bmatrix}$$

Setelah mendapatkan matriks S , dihitung *eigenvalue* dan *eigenvektor* dari matriks S . *Eigenvalue* dari matriks S disimbolkan oleh $\lambda_1, \dots, \lambda_5$ dan *eigenvektor* dari matriks S disimbolkan U_1, \dots, U_5 . *Eigenvalue* dan *eigenvektor* dari matriks S disajikan pada Tabel 2.4.

Tabel 2.4 *Eigenvalue* dan *Eigenvektor* Matrik S

λ_i	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5
8002,12	-0,4088	0,4598	0,0993	0,2598	0,7376
204,18	-0,3883	0,0484	-0,7475	0,4443	-0,3012
143,88	-0,4098	-0,7035	-0,2142	-0,3866	0,3765
1,18	-0,4911	-0,3066	0,6174	0,4293	-0,3153
1,01	-0,5225	0,4442	0,0655	-0,6335	-0,3522

Eigenvalue dan *eigenvektor* tersebut digunakan untuk mendapatkan partisi dari matriks X pada tahap pengelompokan. Sebelumnya melakukan partisi matriks, terlebih dulu menghitung matriks O dengan $O_i = X^T U_i / \sqrt{\lambda_i}$. Kemudian dilakukan partisi matriks X dengan $X_i = \sqrt{\lambda_i} U_i O_i^T$. Sehingga akan terbentuk 5 kelompok hasil partisi matriks X . Matriks O dan partisi matriks X adalah sebagai berikut:

$$O = \begin{bmatrix} -0,3653 & 0,4940 & 0,0317 & -0,3095 & -0,7246 \\ -0,3678 & -0,1979 & 0,4960 & 0,0626 & 0,0732 \\ -0,3574 & -0,6613 & -0,2805 & -0,5852 & -0,0371 \\ -0,4049 & 0,0174 & -0,7100 & 0,5257 & -0,0310 \\ -0,4683 & 0,4804 & 0,0002 & -0,2721 & 0,6744 \\ -0,4694 & -0,2200 & 0,4125 & 0,4554 & -0,1113 \end{bmatrix}$$

$$X_1 = \begin{bmatrix} 13,36 & 13,45 & 13,07 & 14,81 & 17,12 & 17,17 \\ 12,69 & 12,78 & 12,41 & 14,06 & 16,26 & 16,30 \\ 13,39 & 13,48 & 13,10 & 14,84 & 17,17 & 17,21 \\ 16,06 & 16,16 & 15,70 & 17,78 & 20,57 & 20,63 \\ 17,07 & 17,19 & 16,71 & 18,93 & 21,89 & 21,94 \end{bmatrix}$$

$$X_2 = \begin{bmatrix} 3,25 & -1,30 & -4,35 & 0,11 & 3,16 & -1,45 \\ 0,34 & -0,14 & -0,46 & 0,01 & 0,33 & -0,15 \\ -4,97 & 1,99 & 6,65 & -0,17 & -4,83 & 2,21 \\ -2,16 & 0,87 & 2,90 & -0,08 & -2,10 & 0,96 \\ 3,14 & -1,26 & -4,20 & 0,11 & 3,05 & -1,40 \end{bmatrix}$$

$$X_3 = \begin{bmatrix} 0,04 & 0,59 & -0,33 & -0,85 & 0,00 & 0,49 \\ -0,28 & -4,45 & 2,52 & 6,37 & 0,00 & -3,70 \\ -0,08 & -1,27 & 0,72 & 1,82 & 0,00 & -1,06 \\ 0,23 & 3,67 & -2,08 & -5,26 & 0,00 & 3,06 \\ 0,02 & 0,39 & -0,22 & -0,56 & 0,00 & 0,32 \end{bmatrix}$$

$$X_4 = \begin{bmatrix} -0,09 & 0,02 & -0,17 & 0,15 & -0,08 & 0,13 \\ -0,15 & 0,03 & -0,28 & 0,25 & -0,13 & 0,22 \\ 0,13 & -0,03 & 0,25 & -0,22 & 0,11 & -0,19 \\ -0,14 & 0,03 & -0,27 & 0,25 & -0,13 & 0,21 \\ 0,21 & -0,04 & 0,40 & -0,36 & 0,19 & -0,31 \end{bmatrix}$$

$$X_5 = \begin{bmatrix} -0,54 & 0,05 & -0,03 & -0,02 & 0,50 & -0,08 \\ 0,22 & -0,02 & 0,01 & 0,01 & -0,20 & 0,03 \\ -0,27 & 0,03 & -0,01 & -0,01 & 0,25 & -0,04 \\ 0,23 & -0,02 & 0,01 & 0,01 & -0,21 & 0,04 \\ 0,26 & -0,03 & 0,01 & 0,01 & -0,24 & 0,04 \end{bmatrix}$$

Langkah terakhir yaitu *diagonal averaging*, dari matriks partisi X akan diperoleh nilai *singular* setiap partisi matriks. Nilai *singular* diperoleh dari rata-rata diagonal setiap partisi matriks X. Misalnya untuk partisi matriks X_1 .

$$X_{1,1} = \frac{13,36}{1} = 13,36$$

$$X_{1,2} = \frac{12,69+13,45}{2} = 13,07$$

$$X_{1,3} = \frac{13,39+12,78+13,07}{3} = 13,08$$

⋮

$$X_{1,8} = \frac{18,93+20,57+17,21}{3} = 18,90$$

$$X_{1,9} = \frac{21,89+20,62}{2} = 21,25$$

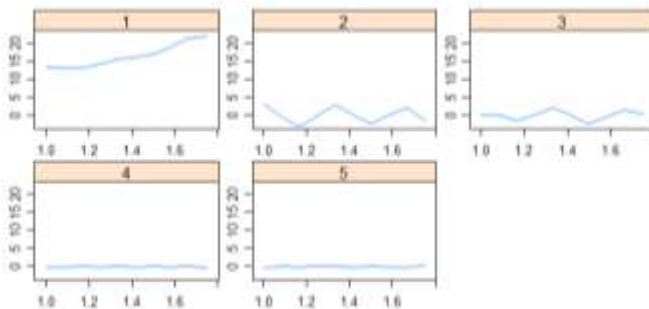
$$X_{1,10} = \frac{21,94}{1} = 21,94.$$

Nilai *singular* masing-masing partisi matriks X atau *eigentriple* disajikan pada Tabel 2.5.

Tabel 2.5 Nilai *Singular* Tiap Komponen

No	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅
1	13,36	3,25	0,04	-0,09	-0,54
2	13,07	-0,48	0,15	-0,07	0,14
3	13,08	-3,15	-1,62	0,00	-0,11
4	14,19	-0,13	0,16	-0,08	0,06
5	15,50	2,76	2,16	0,13	0,15
6	16,23	0,07	0,13	-0,11	-0,06
7	16,99	-2,31	-2,29	0,25	0,08
8	18,90	0,07	-0,54	-0,23	-0,08
9	21,25	2,01	1,53	0,20	-0,10
10	21,94	-1,40	0,32	-0,31	0,04

Grafik masing-masing nilai *singular* partisi matriks X disajikan oleh Gambar 2.2. *Eigentriple* 1 secara visual tampak seperti pola *trend*, *eigentriple* 2 dan 3 tampak seperti pola musiman, dan *eigentriple* 4 dan 5 seperti pola *noise*.

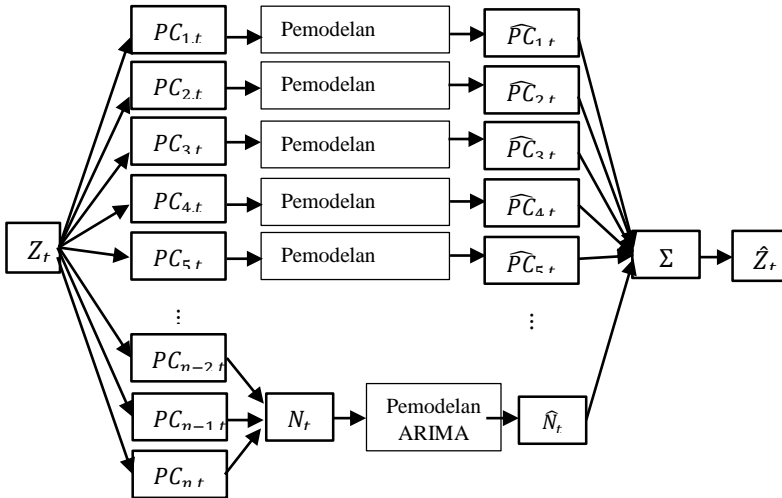


Gambar 2.2 *Eigentriple Plot* Perhitungan Manual

2.5 Perbedaan SSA-ARIMA Individu dan Agregat

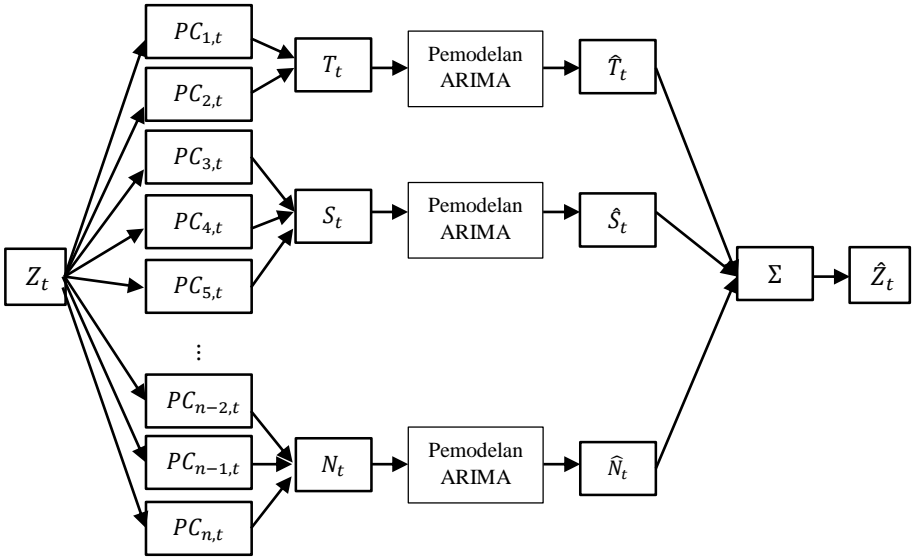
Metode SSA mendekomposisi satu series data (Z_t) menjadi beberapa *eigentriple* (PC_t). Setiap *eigentriple* memiliki pola *trend*, musiman, atau *noise*. Berdasarkan jurnal penelitian yang menggunakan metode SSA, terdapat 2 cara dalam melakukan SSA, yaitu dengan cara individu dan cara agregat.

Pemodelan SSA-ARIMA secara individu ditunjukkan oleh Gambar 2.3. Cara individu dilakukan dengan memodelkan setiap *eigentriple* menggunakan metode ARIMA. Sehingga didapatkan nilai ramalan (\widehat{PC}_t) masing-masing *eigentriple*. Akan tetapi, khusus untuk *eigentriple* yang memiliki pola *noise*, pemodelan dilakukan secara agregat, yaitu menggabungkan *eigentriple-noise* menjadi komponen *noise* (N_t). Komponen *noise* ini yang digunakan untuk pemodelan ARIMA, sehingga terbentuk hasil ramalan komponen *noise* (\widehat{N}_t). Untuk mendapatkan ramalan (\widehat{Z}_t), dilakukan penjumlahan hasil ramalan masing-masing *eigentriple* dan juga hasil ramalan komponen *noise*.



Gambar 2.3 Prosedur Metode SSA-ARIMA Individu

Pemodelan SSA-ARIMA secara agregat ditunjukkan pada Gambar 2.4. Berbeda dengan pemodelan SSA-ARIMA secara individu, pemodelan ARIMA secara agregat dilakukan dengan menggabungkan penggabungan *eigentruple* yang sejenis terlebih dahulu. *Eigentruple-eigentruple* yang memiliki pola *trend*, digabungkan menjadi satu dalam komponen *trend* (T_t), begitu pula untuk *eigentruple* yang berpola musiman menjadi komponen musiman (S_t) dan *eigentruple* yang berpola *noise* menjadi komponen *noise* (N_t). Pemodelan ARIMA dilakukan pada masing-masing komponen sehingga menghasilkan ramalan komponen *trend* (\hat{T}_t), komponen musiman (\hat{S}_t), dan komponen *noise* (\hat{N}_t). Ketiga hasil ramalan komponen dijumlahkan sehingga menghasilkan ramalan SSA-ARIMA (\hat{Z}_t).



Gambar 2.4 Prosedur Metode SSA-ARIMA Agregat

2.6 ARIMA with Exogenous Variable (ARIMAX)

Model ARIMAX merupakan pengembangan dari model ARIMA. Pada model ARIMAX digunakan variabel tambahan berupa variabel eksogen. Variabel eksogen yang digunakan dapat berupa variabel *dummy* (non-metrik) maupun variabel deret waktu tertentu (metrik). Pada penelitian ini, variabel yang digunakan adalah variabel *dummy* berupa *trend*, musiman bulan, dan efek kalender variasi. Model umum ARIMAX dapat ditunjukkan oleh persamaan (2.31) (Lee, Suhartono, & Hamzah, 2010), yaitu:

$$Z_t = \beta_0 + \beta_1 V_{1,t} + \cdots + \beta_n V_{n,t} + N_t, t = 1, 2, \dots, n \quad (2.31)$$

dengan:

$$N_t^* = \frac{\theta_q(B)}{\phi_p(B)} a_t$$

$V_{h,t}$ = variabel *dummy* ke h ,

$$\phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - \cdots - \phi_p B^p),$$

$$\theta_q(B) = (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q),$$

N_t^* = residual pada waktu ke- t dari proses regresi *time series*,

a_t = residual pada waktu ke- t keseluruhan dari proses ARIMAX.

Dalam membentuk model ARIMAX, akan dilakukan terlebih dahulu pemodelan regresi untuk memodelkan efek dari variabel *dummy* yang digunakan. Kemudian dilakukan pemodelan ARIMA pada residual dari model regresi *time series*. Langkah terakhir yaitu melakukan pemodelan keseluruhan untuk ARIMAX.

2.7 PDAM Giri Tirta Sari

Kabupaten Wonogiri merupakan salah satu kabupaten yang termasuk pada wilayah Jawa Tengah. Batas barat Kabupaten Wonogiri adalah Kabupaten Gunung Kidul (DIY), sedangkan di bagian utara berbatasan dengan Kabupaten Sukoharjo dan Kabupaten Karanganyar. Sebelah timur Kabupaten Wonogiri adalah Kabupaten Ponorogo dan Kabupaten Pacitan, sedangkan bagian selatan Kabupaten Wonogiri adalah Kabupaten Pacitan dan Samudera Hindia. Kabupaten Wonogiri berada di Jawa Tengah dengan luas wilayah Wonogiri yaitu 1.822,37 km². Peta Kabupaten Wonogiri ditampilkan pada Gambar 2.5.

Kebutuhan air bersih di Wonogiri diawali dari dibangunnya sarana pengolahan air bersih oleh Pemerintah Belanda untuk melayani sebagian penduduk kota Wonogiri. Pada awalnya kebutuhan air bersih dikelola oleh Badan Pengelola Air Minum (BPAM) yang dibentuk berdasar Surat Keputusan Menteri Pekerjaan Umum Nomor 115/KPTS/CK/VIII/1982.

Sebagai tindak lanjut pelaksanaan Instruksi Menteri Dalam Negeri Nomor 26 tahun 1975 bahwa pengelolaan air minum harus diusahakan oleh Perusahaan Daerah Air Minum (PDAM). Oleh karena itu, BPAM berganti nama menjadi PDAM karena telah memenuhi persyaratan sesuai peraturan perundang-undangan yang berlaku.



Gambar 2.5 Peta Kabupaten Wonogiri

Visi yang ingin dicapai PDAM Wonogiri yaitu terpenuhinya kebutuhan air bersih secara kualitas, kuantitas dan kontinuitas kepada masyarakat. Pencapaian visi tersebut dapat dicapai melalui sembilan misi berikut.

1. Mengoptimalkan kapasitas yang ada.
2. Meningkatkan kapasitas produksi air.
3. Meningkatkan sumber daya manusia.
4. Meningkatkan cakupan daerah pelayanan.
5. Meningkatkan kualitas pelayanan.
6. Meningkatkan kesejahteraan karyawan.
7. Membangun kepercayaan masyarakat terhadap air bersih.
8. Meningkatkan efisiensi.
9. Meningkatkan pelayanan distribusi air secara kontinuitas.

Air terjual PDAM Kabupaten Wonogiri merupakan air bersih yang diproduksi PDAM Kabupaten Wonogiri dan digunakan oleh pelanggan PDAM. Perhitungan air terjual di PDAM Kabupaten Wonogiri dilakukan setiap tanggal 20. Data air terjual di bulan Februari dihitung dari tanggal 21 Januari hingga 20 Februari. Data air terjual bulan Maret dihitung dari tanggal 21 Februari hingga 20 Maret, begitu seterusnya.

2.8 Air Bersih

Air bersih adalah air sehat yang dipergunakan untuk kegiatan manusia dan bebas dari kuman-kuman penyebab penyakit, bebas dari bahan-bahan kimia yang dapat mencemari air bersih tersebut. Air merupakan zat mutlak bagi setiap makhluk hidup dan kebersihan air adalah syarat utama bagi terjaminnya kesehatan (Dwijosaputro, 1981). Menurut Peraturan Menteri Kesehatan RI Nomor 416/Menkes/Per/IX/1990 tentang syarat-syarat pengawasan kualitas air, air bersih adalah air yang digunakan untuk keperluan sehari-hari yang kualitasnya memenuhi syarat-syarat kesehatan dan dapat diminum apabila telah dimasak.

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Pada penelitian ini, terdapat dua kajian yang dilakukan, yaitu kajian simulasi dan kajian terapan. Kajian simulasi dilakukan dengan membangkitkan data yang kemudian diolah menggunakan metode hibrida SSA-*Automatic* ARIMA. Kajian terapan dilakukan pada data air terjual dengan menggunakan beberapa metode peramalan.

3.1 Kajian Simulasi

Tujuan dilakukannya kajian simulasi yaitu untuk mengetahui cara peramalan dekomposisi SSA dan mengetahui hasil dekomposisi SSA pada data yang mengandung variasi kalender. Cara peramalan SSA yaitu secara agregat atau secara individu.

Kajian simulasi dilakukan dengan membangkitkan komponen *trend*, musiman, *noise*, dan kalender variasi. Kalender variasi berupa hari Raya Idul Fitri periode tahun 2006 hingga 2017 yang ditunjukkan pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1 Hari Raya Idul Fitri

Tahun	Tanggal Idul Fitri	Idul Fitri Minggu ke-	Variabel <i>Dummy</i>	
			V_t	V_{t+1}
2006	23-24 Oktober	Minggu ke-4	Oktober	November
2007	12-13 Oktober	Minggu ke-2	Oktober	November
2008	1-2 Oktober	Minggu ke-1	Oktober	November
2009	20-21 September	Minggu ke-3	September	Oktober
2010	09-10 September	Minggu ke-2	September	Oktober
2011	30-31 Agustus	Minggu ke-4	Agustus	September
2012	18-19 Agustus	Minggu ke-3	Agustus	September
2013	08-09 Agustus	Minggu ke-2	Agustus	September
2014	28-29 Juli	Minggu ke-4	Juli	Agustus
2015	19-20 Juli	Minggu ke-3	Juli	Agustus
2016	06-07 Juli	Minggu ke-1	Juli	Agustus
2017	25-26 Juni	Minggu ke-4	Juni	Juli

Masing-masing komponen yang dibangkitkan adalah sebagai berikut.

a. Komponen *trend*

$$T_t = 0,5 t$$

b. Komponen musiman

$$S_t = 3,8M_{1,t} + 6,5M_{2,t} + 7,5M_{3,t} + 6,5M_{4,t} + 3,8M_{5,t} - 3,8M_{7,t} - 6,5M_{8,t} - 7,5M_{9,t} - 6,5M_{10,t} - 3,8M_{11,t}$$

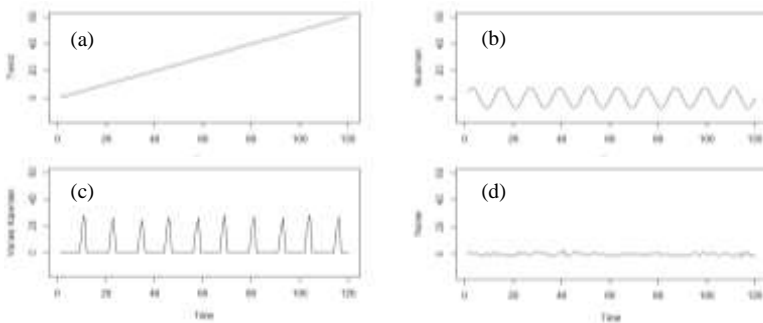
c. Komponen kalender variasi

$$V_t = 17V_{1,t} + 18V_{2,t} + 19V_{3,t} + 20V_{4,t} + 25V_{1,t+1} + 26V_{1,t+2} + 27V_{1,t+3} + 28V_{1,t+4}$$

d. Komponen *noise* yang random

$$N_t^* \sim N(0,1)$$

Persamaan pada data simulasi yang tidak menggunakan kalender variasi adalah $Z_t = T_t + S_t + N_t^*$ sebagai data simulasi skenario 1 dan data simulasi yang terdapat kalender variasi sebagai skenario 2 adalah $Z_t = T_t + S_t + V_t + N_t^*$. Berikut plot masing-masing komponen ditunjukkan oleh Gambar 3.1.



Gambar 3.1 Time Series Plot (a) Trend, (b) Musiman, (c) Variasi Kalender, (d) Noise yang Random

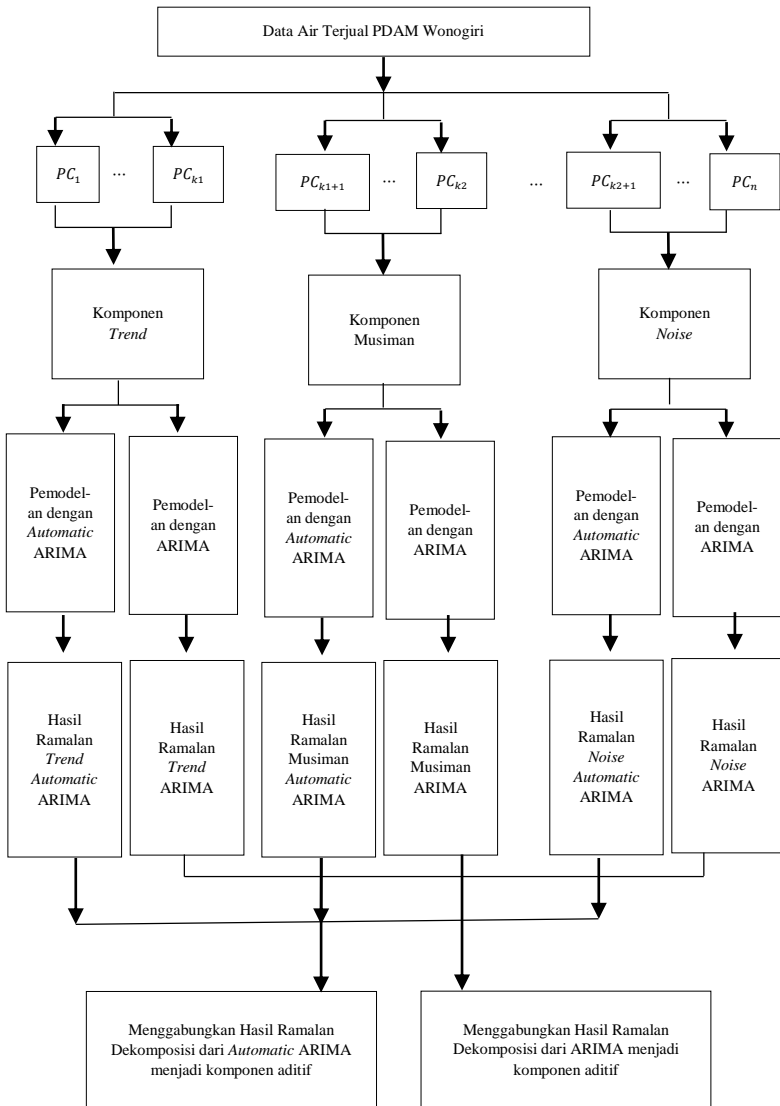
Berdasarkan Gambar 3.1 dapat dijelaskan bahwa adanya pola *trend* akan mengakibatkan kenaikan data pengamatan seiring bertambahnya waktu. Pola musiman menunjukkan bahwa nilai suatu bulan yang sama akan menunjukkan nilai yang sama pula. Pola variasi kalender menunjukkan bahwa suatu pengamatan pada waktu terjadinya kejadian khusus akan lebih tinggi dari pengamatan yang lain.

Data simulasi yang dibangkitkan sebesar 144 data yang dibagi menjadi data *in-sample* dan data *out-sample*. Data *in-sample* yang digunakan sebesar 120 data (pada $t = 1, 2, \dots, 120$) dan 24 data

($t = 121, 122, \dots, 144$) digunakan sebagai data *out-sample*. Terbentuk dua data simulasi hasil kombinasi keempat komponen bangkitan yang kemudian dilakukan pengolahan menggunakan metode SSA-Automatic ARIMA. Langkah analisis yang digunakan dalam kajian simulasi adalah sebagai berikut:

1. Membangkitkan data komponen *trend*.
2. Membangkitkan data komponen musiman.
3. Membangkitkan komponen *noise* yang *random* dengan distribusi normal.
4. Membangkitkan data dengan efek variansi kalender untuk tahun 2006 hingga 2015.
5. Menjumlahkan komponen *trend*, musiman, dan *noise* untuk data simulasi skenario 1.
6. Menjumlahkan komponen *trend*, musiman, variasi kalender, dan *noise* untuk data simulasi skenario 2.
7. Melakukan dekomposisi SSA pada data simulasi untuk mengetahui seberapa baik SSA menangkap pola-pola tersebut.
8. Melakukan pemodelan pada data simulasi menggunakan metode SSA-Automatic ARIMA.

Secara visual, langkah analisis pada kajian simulasi disajikan pada Gambar 3.2.



Gambar 3.2 Aplikasi SSA pada Kajian Simulasi

3.2 Kajian Terapan

Data yang digunakan pada penelitian ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari PDAM Giri Tirta Sari Wonogiri, yaitu data air terjual bulanan PDAM Wonogiri periode Januari 2006 hingga Agustus 2017. Perhitungan air terjual di PDAM Wonogiri dilakukan setiap tanggal 20. Misalnya untuk air terjual bulan Februari, air terjual dihitung tanggal 21 Januari-20 Februari. Air terjual di bulan Maret dihitung pada tanggal 21 Februari-20 Maret, dan seterusnya.

Air terjual sekaligus digunakan sebagai variabel penelitian. Pada penelitian ini, data akan dibagi dua menjadi data *in-sample* dan data *out-sample*. Data *in-sample* yang digunakan adalah data air terjual periode Januari 2006 hingga Agustus 2015. Sedangkan periode September 2015 hingga Agustus 2017 digunakan sebagai data *out-sample*.

Struktur data yang digunakan dalam penelitian ini untuk data air terjual PDAM Giri Tirta Sari Kabupaten Wonogiri dapat ditunjukkan pada Tabel 3.2.

Tabel 3.2 Struktur Data Penelitian

Tahun	Bulan	Air Terjual (m ³)
2006	Januari	Z_1
2006	Februari	Z_2
2006	Maret	Z_3
⋮	⋮	⋮
2017	Agustus	Z_{140}

Pada kajian terapan dilakukan pemodelan air terjual di PDAM Wonogiri dengan menggunakan metode SSA-*Automatic* ARIMA. Selain metode SSA-*Automatic* ARIMA, juga digunakan metode pembandingan yaitu *Automatic* ARIMA, SSA-ARIMA, ARIMA dan ARIMAX. Berikut adalah langkah-langkah analisis kajian terapan yang digunakan dalam penelitian ini berdasarkan tujuan penelitian yang telah dirumuskan.

1. Melakukan pemodelan menggunakan SSA dengan langkah analisis sebagai berikut.

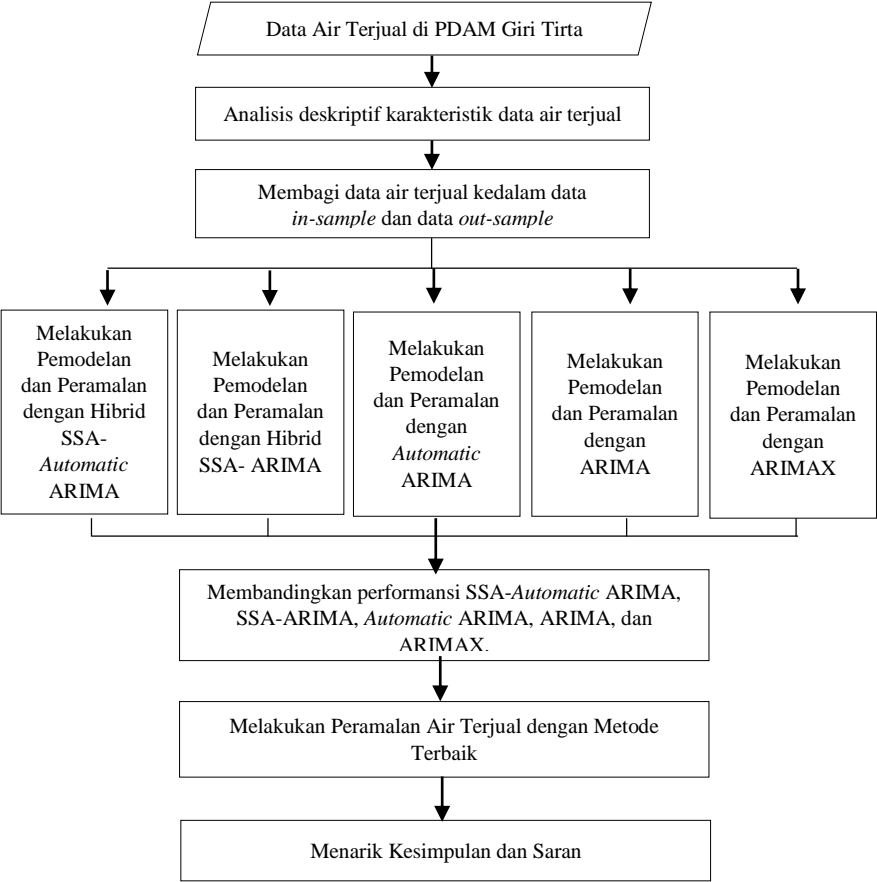
- a. Melakukan *embedding*, melakukan pemilihan besarnya parameter *window length* (L). Deret data multidimensi dengan dimensi *window length* (L) akan membentuk matriks lintasan X.
- b. Melakukan dekomposisi nilai singular (SVD), dilakukan dekomposisi nilai *singular* dari matriks lintasan menjadi suatu penjumlahan dari matriks ortogonal *rank* satu-dua.
- c. Melakukan pengelompokan, tujuan pengelompokan adalah menentukan pola hasil dekomposisi ke dalam 3 pola *time series* yaitu *trend*, musiman, dan *noise*.
- d. *Diagonal averaging*, memindahkan setiap matriks yang dihasilkan ke dalam suatu deret waktu yang merupakan komponen aditif dari deret awal.
- e. Melakukan pemodelan dari hasil *diagonal averaging* menggunakan *Automatic ARIMA* maupun metode ARIMA.

Selanjutnya melakukan pemodelan air terjual dengan metode pembandingan. Berikut langkah analisis pada metode pembandingan.

- A. Melakukan pemodelan *automatic ARIMA* pada data air terjual PDAM Giri Tirta Sari Kabupaten Wonogiri dengan langkah analisis menggunakan *package software R*.
 - a. Melakukan pemanggilan data.
 - b. Melakukan *automatic ARIMA* untuk mendapatkan model terbaik.
 - c. Melakukan peramalan berdasar model terbaik pada langkah 3b.
 - d. Memperoleh akurasi AIC dan MAPE hasil langkah 3b dan 3c.
- B. Melakukan pemodelan ARIMA pada data air terjual PDAM Wonogiri dengan tahapan analisis sebagai berikut.
 - a. Melakukan identifikasi pola data air terjual melalui plot *time series*.
 - b. Melakukan cek stasioneritas pada data air terjual PDAM Wonogiri melalui *ADF test* untuk stasioner dalam *mean* dan transformasi Box-Cox untuk stasioneritas dalam *varians*.

- c. Melakukan identifikasi model berdasarkan plot ACF dan plot PACF dari data yang telah stasioner.
 - d. Melakukan estimasi parameter model-model dugaan ARIMA berdasarkan langkah 4c.
 - e. Melakukan cek diagnosis, yaitu asumsi *white noise* dan distribusi normal pada residual.
 - f. Melakukan pemilihan model terbaik berdasarkan nilai MAPE dan RMSE terkecil pada *out-sample*.
- C. Melakukan pemodelan ARIMAX menggunakan *time series regression*.
- a. Menentukan variabel *dummy* yang akan digunakan yaitu variabel *dummy* musiman bulanan dan efek kalender variasi berupa Hari Raya Idul Fitri.
 - b. Melakukan pemodelan *time series regression*.
 - c. Melakukan pemodelan ARIMA pada residual hasil *time series regression*.
 - d. Melakukan pemodelan air terjual menggunakan ARIMAX.
 - e. Melakukan peramalan untuk data *out-sample*.
 - f. Menghitung akurasi model ARIMAX.
2. Membandingkan hasil pemodelan metode SSA-*automatic* ARIMA, SSA-ARIMA, *automatic* ARIMA, ARIMA, dan ARIMAX berdasarkan nilai MAPE dan RMSE *out-sample*.
 3. Melakukan peramalan air terjual menggunakan metode terbaik pada langkah 6.
 4. Menarik kesimpulan.

Alur dari langkah analisis penelitian secara umum ditampilkan pada diagram alir Gambar 3.3.

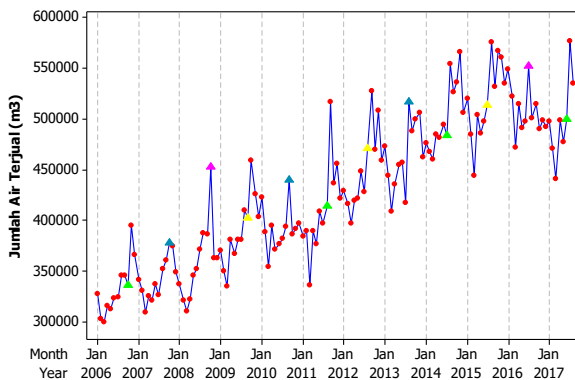


Gambar 3.3 Diagram Alir Penelitian

BAB IV PEMBAHASAN

Pada penelitian ini akan dibahas dua kajian, yaitu kajian simulasi dan kajian terapan. Kajian simulasi dengan membangkitkan data yang mengandung komponen *trend*, musiman, *noise*, dan variasi kalender. Kajian terapan yaitu melakukan analisis pada data air terjual menggunakan metode SSA-Automatic ARIMA, Automatic ARIMA, SSA-ARIMA, ARIMA, dan ARIMAX.

Sebelum dilakukan pemodelan, terlebih dahulu dilakukan eksplorasi data air terjual. Berikut hasil eksplorasi data air terjual melalui *time series plot*.



Gambar 4.1 Time Series Plot Air Terjual

Gambar 4.1 merupakan plot yang menunjukkan besarnya air terjual setiap bulan selama periode Januari 2006 hingga Agustus 2017. Besarnya air yang terjual semakin meningkat seiring dengan berjalannya waktu. Akan tetapi, setelah tahun 2015 mengalami penurunan air terjual. Hal ini disebabkan karena RSUD Kabupaten Wonogiri tidak lagi menggunakan air PDAM sebagai sumber air utama, sehingga terjadi penurunan air terjual yang cukup signifikan. Titik yang berbentuk segitiga pada *time series plot* merupakan bulan terjadinya Hari Raya Idul Fitri. Segitiga yang

berwarna ungu menunjukkan Hari Raya Idul Fitri terjadi pada minggu ke-1, segitiga berwarna biru menunjukkan Hari Raya Idul Fitri terjadi pada minggu ke-2, segitiga yang berwarna kuning menunjukkan Hari Raya Idul Fitri terjadi pada minggu ke-3 dan segitiga berwarna hijau menunjukkan terjadi Hari Raya Idul Fitri pada minggu ke-4. Hari Raya Idul Fitri yang terjadi pada minggu ke-1 dan minggu ke-2 akan mengakibatkan air terjual tinggi pada bulan terjadinya Hari Raya Idul Fitri. Efek terjadinya Hari Raya Idul Fitri di minggu ke-3 dan minggu ke-4 mengakibatkan air terjual meningkat di bulan setelah terjadinya Hari Raya Idul Fitri.

Fenomena mudik pada Hari Raya Idul Fitri menjadi penyebab terjadinya kenaikan air terjual secara signifikan. Menurut Bupati Wonogiri, 25% dari 1 juta penduduk Wonogiri merantau dan melakukan mudik setiap Hari Raya Idul Fitri. Pada tahun 2017, Pemerintah Kabupaten Wonogiri menyediakan 40 armada bus untuk mengangkut warga Wonogiri yang ingin mudik dari Jakarta (Anonim, 2017).

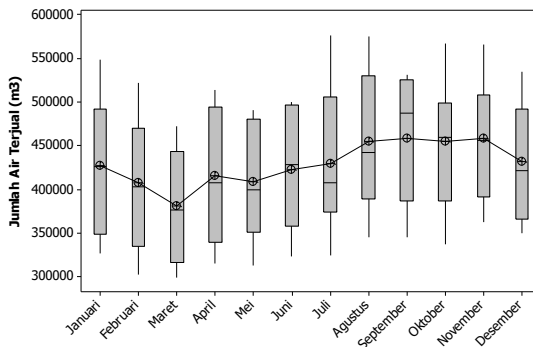
Statistika deskriptif dilakukan untuk mengetahui karakteristik data air terjual. Karakteristik air terjual disajikan oleh Tabel 4.1.

Tabel 4.1 Karakteristik Air Terjual (ribu m³)

Variabel	N	Mean	Stdev	Min	Max
Januari	12	427,5	76,0	327,2	549,4
Februari	12	407,4	71,8	302,6	522,6
Maret	12	380,7	63,8	299,4	471,9
April	12	415,4	73,1	315,7	514,5
Mei	12	408,9	67,5	312,3	491,6
Juni	12	423,0	67,7	323,4	499,7
Juli	12	429,5	83,7	325,0	576,3
Agustus	12	454,7	80,5	345,6	575,7
September	11	458,2	72,9	345,8	531,9
Oktober	11	455,6	69,0	336,7	567,3
November	11	458,8	73,6	363,2	565,9
Desember	11	432,2	62,7	349,5	534,6
Total	140	428,7	73,1	299,4	576,3

Berdasar Tabel 4.1, terdapat 140 data pengamatan dengan rata-rata air terjual setiap bulannya sebesar 428,7 ribu m³. Standar deviasi data air terjual sebesar 73,1 dengan air terjual paling sedikit

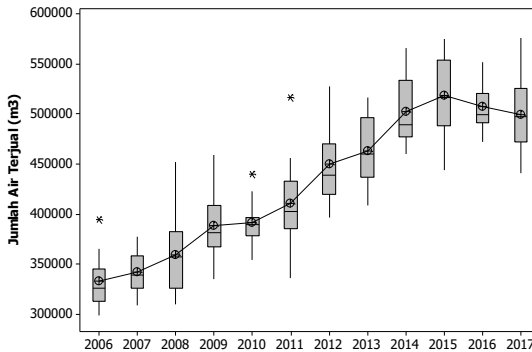
sebesar 299,4 ribu m^3 yang terjadi pada bulan Maret 2006 dan air terjual paling banyak sebesar 576,3 ribu m^3 yang terjadi pada bulan Juli 2017. Bulan Januari hingga bulan Agustus masing-masing memiliki 12 pengamatan, sedangkan bulan September hingga bulan Desember masing-masing memiliki 11 pengamatan. Rata-rata air terjual tertinggi terjadi pada bulan November yaitu sebesar 458,8 ribu m^3 tiap bulan, pada bulan Maret memiliki rata-rata air terjual yang paling rendah yaitu 380,7 ribu m^3 tiap bulan. Bulan Maret memiliki rata-rata air terjual paling rendah dikarenakan perhitungan air terjual bulan Maret dimulai dari 21 Februari hingga 20 Maret, sedangkan bulan Februari hanya berakhir di tanggal 28 atau 29 saja. Sehingga, perhitungan air terjual untuk bulan Maret hanya selama 28-29 hari saja, sedangkan untuk bulan lain selama 20-31 hari. Bulan Juli memiliki keragaman data paling besar yaitu sebesar 83,7 dan keragaman data paling kecil terjadi pada bulan Maret.



Gambar 4.2 *Boxplot* Data Air Terjual Setiap Bulan

Fluktuasi air terjual setiap bulannya ditunjukkan oleh Gambar 4.2. Nilai tengah air terjual paling tinggi pada bulan November dan yang paling rendah pada bulan Maret. Secara tahunan, karakteristik air terjual ditunjukkan pada Gambar 4.3. Setiap tahun air yang terjual di PDAM Wonogiri mengalami peningkatan, hal ini dapat dilihat pada Gambar 4.3. Terdapat 3 data *outlier* yang sangat tinggi

pada Gambar 4.3, yaitu pada bulan November 2006, September 2010, dan September 2011 dikarenakan terjadinya hari Raya Idul Fitri.



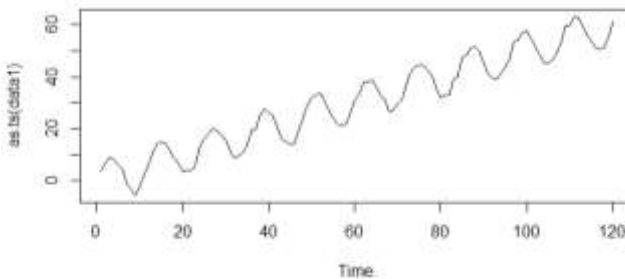
Gambar 4.3 Boxplot Air Terjual Setiap Tahun

4.1 Kajian Simulasi

Pada kajian simulasi, digunakan dua skenario, yaitu skenario 1 yang tidak mengandung variasi kalender dan skenario 2 yang mengandung variasi kalender. Hasil analisis pada kajian simulasi adalah sebagai berikut:

4.1.1 Skenario 1

Data simulasi yang digunakan pada skenario 1 adalah data yang mengandung komponen *trend*, musiman, dan *noise* yang *random*. Berikut adalah plot data simulasi skenario 1.

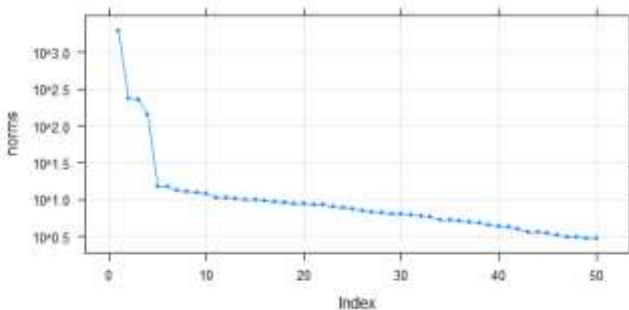


Gambar 4.4 Time Series Plot Skenario 1

Pola *trend* dan pola musiman pada data simulasi skenario 1 terlihat jelas pada *time series plot*. Pada Gambar 4.4 terlihat bahwa terjadi kenaikan data seiring bertambahnya waktu, hal ini menunjukkan bahwa data mengandung pola *trend*. Pada bulan yang sama cenderung memiliki nilai yang sama pula, yaitu pada bulan ke-3, nilai pengamatan selalu yang paling tinggi, hal ini menunjukkan bahwa data simulasi mengandung pola musiman.

Tahap pertama yang dilakukan pada metode SSA adalah tahap dekomposisi dengan melakukan *embedding* dan *singular value decomposition* (SVD). Data *in-sample* yang digunakan sebesar 120 data, sehingga parameter *window length* yang digunakan sebesar 60 pada tahap *embedding*.

Langkah selanjutnya adalah *singular value decomposition* (SVD). Terbentuk 50 *eigen triple* yang terdiri dari 50 *eigen value*, 50 *eigen* vektor, dan 0 vektor faktor yang ditunjukkan pada Gambar 4.5.

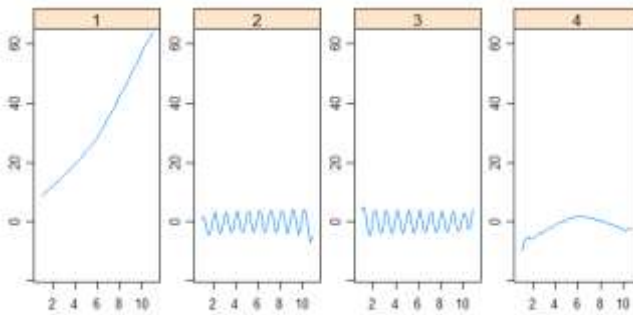


Gambar 4.5 *Singular Value Decomposition Plot* Skenario 1

Tahap selanjutnya melakukan rekonstruksi dari hasil dekomposisi yang telah dilakukan dengan melakukan pengelompokan dan *diagonal averaging*. Pengelompokan dilakukan pada setiap *eigen triple*, yaitu mengelompokkan setiap *eigen triple* ke dalam pola *trend*, musiman, ataupun *noise*. Pola *trend* memiliki ciri bervariasi secara lambat dari suatu deret waktu yang tidak mengandung musiman pada plot *eigen triple*. Pola musiman ditandai dengan memiliki kemiripan nilai *singular* dan

kesamaan periode musiman pada dua *eigentruple* yang berurutan. Periode musiman pada pola musiman adalah 2 periode; 2,4 periode; 3 periode; 4 periode; 6 periode; dan 12 periode pada *eigentruple*. *Eigentruple* yang tidak termasuk pada pola *trend* dan pola musiman akan dikelompokkan ke dalam komponen *noise*. Selain itu, *eigentruple* yang merupakan pola *noise* dapat dilihat melalui SVD plot. Jika nilai *singular* pada SVD plot mulai menurun secara lambat, maka *eigentruple* tersebut dikelompokkan dalam pola *noise*.

Berdasar Gambar 4.5, nilai-nilai *singular eigentruple* 5 hingga *eigentruple* 50 menurun secara lambat, maka *eigentruple* 5 hingga *eigentruple* 50 dikelompokkan ke dalam pola *noise*. Plot *eigentruple* 1 hingga *eigentruple* 4 ditunjukkan pada Gambar 4.6.



Gambar 4.6 Plot *Eigentruple* 1 hingga *Eigentruple* 4 Skenario 1

Berdasar Gambar 4.6, sumbu X mewakili waktu tahun, satu satuan sumbu X adalah 12 bulan. Hasil pengelompokan keempat *eigentruple* ditunjukkan pada Tabel 4.2 berikut. *Eigentruple* 2 dan *eigentruple* 3 diduga memiliki periode musiman.

Tabel 4.2 menunjukkan bahwa *eigentruple* 1 dan *eigentruple* 4 dikelompokkan ke dalam pola *trend* karena tidak memiliki periode dan mengalami variasi yang lambat pada Gambar 4.6. *Eigentruple* 2 dan *eigentruple* 3 dikelompokkan ke dalam pola musiman karena memiliki periode musiman 12 dan memiliki nilai *singular* yang mirip. Sedangkan *eigentruple* 5 hingga *eigentruple* 50 dikelompokkan ke dalam pola *noise* karena memiliki periode

selain periode musiman dan mengalami penurunan yang landai pada Gambar 4.5. Sehingga komponen *noise* terdiri dari *eigentruple* 5 hingga *eigentruple* 50.

Tabel 4.2 Pengelompokan *Eigentruple* Skenario 1

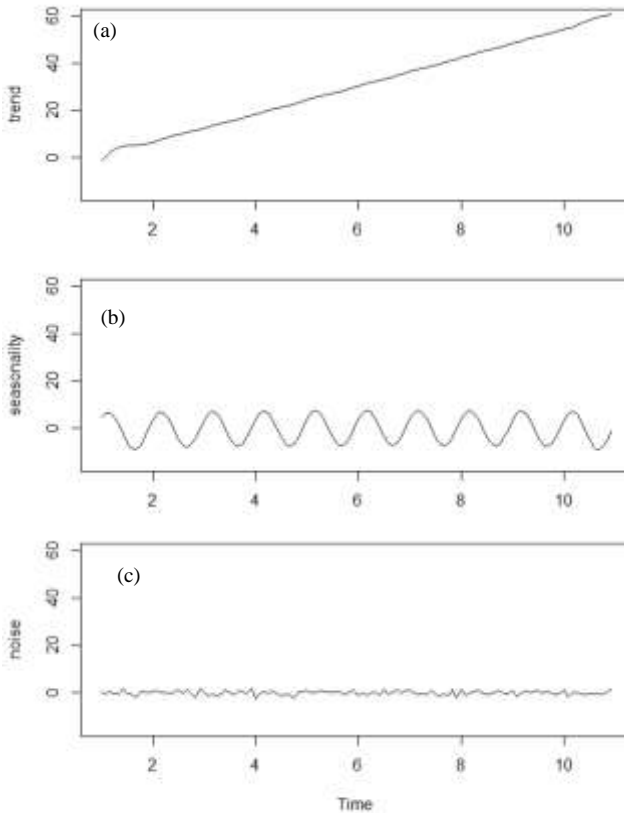
<i>Eigentruple</i>	Periode	Nilai Singular	Pola
1	-	0,000842	<i>Trend</i>
2	12	-0,000258	Musiman
3	12	0,000258	Musiman
4	-	-0,001249	<i>Trend</i>
5	2	-0,520813	<i>Noise</i>
6	2	-0,585008	<i>Noise</i>
⋮	⋮	⋮	⋮
49	-	-1,910919	<i>Noise</i>
50	-	-0,214341	<i>Noise</i>

Kemudian dilakukan *diagonal averaging* yaitu menggabungkan *eigentruple-eigentruple* yang sejenis. Semua *eigentruple* yang memiliki pola *trend* digabungkan ke dalam satu komponen *trend*, begitu pula untuk komponen musiman dan komponen *noise*. Hasil *diagonal averaging* pada data simulasi skenario 1 ditunjukkan oleh Tabel 4.3 berikut.

Tabel 4.3 Hasil *Diagonal Averaging* Skenario 1

Komponen	Anggota <i>Eigentruple</i>
<i>Trend</i>	1 dan 4
Musiman	2 dan 3
<i>Noise</i>	5, 6, 7, ..., 49, 50

Dari Tabel 4.3, *eigentruple* 1 dan *eigentruple* 4 digabungkan ke dalam satu komponen *trend*. Komponen musiman terdiri dari *eigentruple* 2 dan *eigentruple* 3. Sedangkan komponen *noise* terdiri dari *eigentruple* 5 hingga *eigentruple*. Masing-masing komponen yang telah direkonstruksi, disajikan pada Gambar 4.7. Gambar 4.7 (a) merupakan komponen *trend*, Gambar 4.7 (b) merupakan komponen musiman, dan Gambar 4.7 (c) merupakan komponen *noise*.



Gambar 4.7 Rekonstruksi Skenario 1 (a) *Trend*, (b) *Musiman*, (c) *Noise*

Pemodelan dilakukan pada data hasil dekomposisi SSA. Pemodelan dapat dilakukan secara individu maupun secara agregat. Metode *Automatic ARIMA* digunakan dalam melakukan pemodelan, pemodelan secara individu dilakukan dengan meramalkan setiap *eigentruple*, sedangkan pemodelan agregat dilakukan dengan meramalkan setiap komponen. Khusus pola *noise* diramalkan secara agregat baik pemodelan secara individu maupun secara agregat. Selain *Automatic ARIMA*, pada komponen *trend* digunakan pula metode pemodelan *trend analysis*. Berikut

hasil pemodelan menggunakan metode *Automatic* ARIMA pada data skenario 1 baik secara agregat maupun secara individu yang ditunjukkan oleh Tabel 4.4.

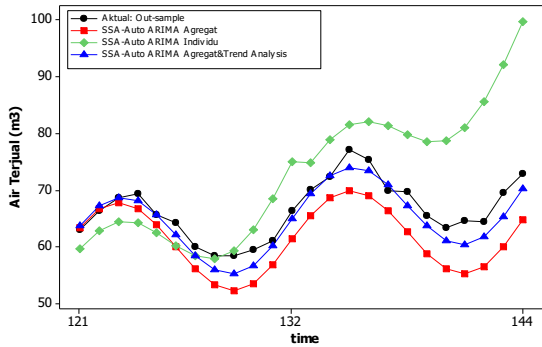
Tabel 4.4 Hasil Ramalan SSA-*Automatic* ARIMA Skenario 1

Metode	Model ARIMA	AIC	<i>In-sample</i>		<i>Out-sample</i>	
			MAPE	RMSE	MAPE	RMSE
Agregat			325,31	1,04	7,59	5,66
T_t	(1,1,2)	-458,2	0,04	0,03		
S_t	(0,1,0)(1,1,0) ¹²	-83,1	21,40	0,14		
N_t^*	(0,0,1)	309,5	303,87	0,87		
Agregat Trend Analysis			325,29	1,31	2,83	2,20
T_t	$* \hat{T}_t$	-	0,02	0,30		
S_t	(0,1,0)(1,1,0) ¹²	-83,1	21,40	0,14		
N_t^*	(0,0,1)	309,5	303,87	0,87		
Individu			338,29	1,45	12,69	11,09
PC_1	(1,2,1)	-722,2	0,02	0,01		
PC_2	(1,2,4)(1,1,0) ¹²	-555,6	1,01	0,02		
PC_3	(0,0,0)(1,1,0) ¹²	187,2	32,50	0,53		
PC_4	(3,2,0)	-567,7	0,89	0,02		
N_t^*	(0,0,1)	309,5	303,87	0,87		

$$* \hat{T}_t = 0,824 + 0,467t + 0,000266t^2$$

Pada Tabel 4.4, dapat dilihat hasil pemodelan dekomposisi SSA menggunakan metode *Automatic* ARIMA secara agregat menghasilkan nilai MAPE *out-sample* sebesar 7,59% dan RMSE sebesar 5,66. Pemodelan model hibrida SSA-*Automatic* ARIMA secara individu menghasilkan nilai MAPE *out-sample* sebesar 12,69% dan nilai RMSE sebesar 11,09. Pemodelan SSA-*Automatic* ARIMA agregat dengan *trend analysis* menghasilkan MAPE 2,83% dan RMSE 2,20.

Perbandingan antara data aktual *out-sample* dengan hasil ramalan menggunakan ketiga metode dapat dilihat secara visual pada Gambar 4.8. Data aktual *out-sample* ditunjukkan oleh garis berwarna hitam, hasil ramalan SSA-*Automatic* ARIMA secara agregat ditunjukkan oleh garis merah, garis berwarna hijau adalah hasil ramalan SSA-*Automatic* ARIMA secara individu, sedangkan garis berwarna biru mewakili hasil ramalan SSA-*Automatic* ARIMA agregat dengan *trend analysis*.



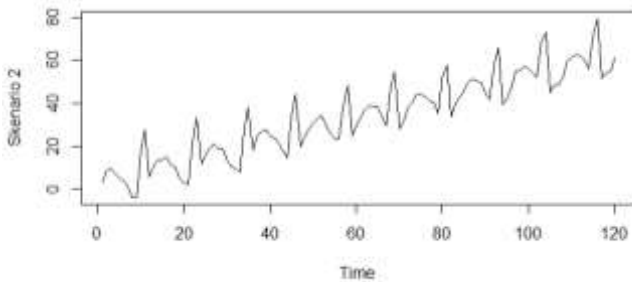
Gambar 4.8 Plot Perbandingan Hasil Ramalan Skenario 1

Gambar 4.8 menunjukkan perbandingan hasil ramalan *Automatic* ARIMA dan *SSA-Automatic* ARIMA baik secara agregat maupun individu. Hasil ramalan *SSA-Automatic* ARIMA secara agregat lebih mendekati data aktual, sedangkan hasil ramalan *SSA-Automatic* ARIMA secara individu lebih jauh dari data aktual. Hal ini mengakibatkan nilai *MAPE out-sample* secara agregat lebih kecil daripada secara individu. Secara visual, garis berwarna biru lebih mendekati garis berwarna hitam. Sehingga, dapat dikatakan bahwa hasil ramalan *SSA-Automatic* ARIMA secara agregat dengan *trend analysis* merupakan metode pemodelan terbaik untuk skenario 1.

4.1.2 Skenario 2

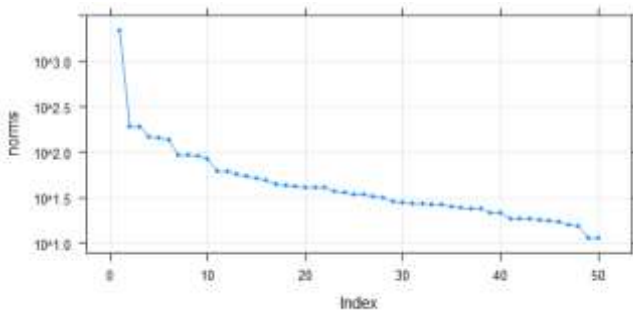
Data simulasi yang digunakan pada skenario 2 adalah data yang mengandung komponen *trend*, musiman, *noise* yang *random*, dan efek variasi kalender. *Time series plot* skenario 2 ditunjukkan pada Gambar 4.9.

Pada Gambar 4.9 pola *trend* terlihat dalam grafik yang naik seiring bertambahnya waktu. Pola musiman juga terlihat dengan terbentuknya pola yang sama setiap periode. Sedangkan efek variasi kalender terlihat pada titik yang lebih tinggi dari titik lainnya.



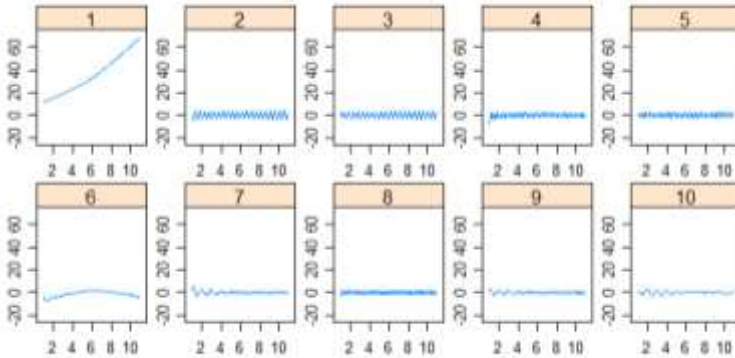
Gambar 4.9 Time Series Plot Skenario 2

Dilakukan dekomposisi data dan terbentuk 50 *eigentruple* pada tahap *singular decomposition value* (SVD). Berikut merupakan hasil dekomposisi data simulasi skenario 2.



Gambar 4.10 Singular Value Decomposition Plot Skenario 2

Berdasar Gambar 4.10 terbentuk 50 *eigentruple* dimana pada tahap pengelompokan terdapat 10 komponen utama, yaitu *eigentruple* 1 hingga *eigentruple* 10. *Eigentruple* 11 hingga *eigentruple* 50 dikelompokkan ke dalam komponen *noise* karena mengalami penurunan nilai *singular* yang lambat. Kesepuluh komponen utama ditampilkan pada Gambar 4.11.



Gambar 4.11 Plot *Eigentriple* 1 hingga *Eigentriple* 10 pada Skenario 2

Berdasar dekomposisi yang telah dilakukan, kemudian dilakukan pengelompokkan terhadap kesepuluh *eigentriple*. Pengelompokan tersebut dapat dilihat pada Tabel 4.5.

Tabel 4.5 Pengelompokan *Eigentriple* Skenario 2

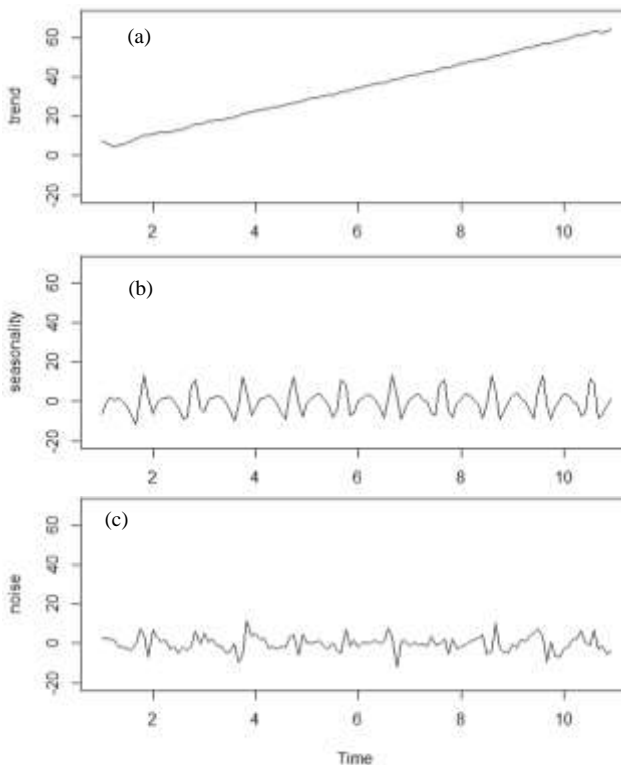
<i>Eigentriple</i>	Periode	Nilai Singular	Pola
1	-	0,013036	<i>Trend</i>
2	6	0,003224	Musiman
3	6	0,003224	Musiman
4	4	-0,055227	Musiman
5	4	-0,055227	Musiman
6	-	-0,096451	<i>Trend</i>
7	3	-0,682307	Musiman
8	3	-0,682307	Musiman
9	23	-0,780490	<i>Noise</i>
10	23	-0,780490	<i>Noise</i>

Eigentriple 1 dan *eigentriple* 6 merupakan komponen *trend* karena tidak memiliki periode musiman. Sedangkan komponen musiman terdiri dari *eigentriple* 2, *eigentriple* 3, *eigentriple* 4, *eigentriple* 5, *eigentriple* 7, dan *eigentriple* 8 karena memiliki periode musiman dan nilai *singular* yang sama. *Eigentriple* 9 dan *eigentriple* 10 dikelompokkan ke dalam komponen *noise* bersama *eigentriple* 11 hingga *eigentriple* 50. Selanjutnya dilakukan *diagonal averaging* atau penggabungan *eigentriple* yang sejenis. Hasil *diagonal averaging* ditunjukkan pada Tabel 4.6.

Tabel 4.6 Hasil *Diagonal Averaging* Skenario 2

Komponen	Anggota <i>Eigentriple</i>
<i>Trend</i>	1 dan 6
Musiman	2, 3, 4, 5, 7, dan 8
<i>Noise</i>	9, 10, ..., 49, 50

Hasil rekonstruksi komponen *trend*, musiman, dan *noise* disajikan dalam bentuk plot pada Gambar 4.12. Rekonstruksi komponen *trend* ditunjukkan oleh Gambar 4.12 (a), rekonstruksi komponen musiman ditunjukkan oleh Gambar 4.12 (b), dan rekonstruksi komponen *noise* ditunjukkan oleh Gambar 4.12 (c).

**Gambar 4.12** Rekonstruksi Skenario 2 (a) *Trend*, (b) Musiman, (c) *Noise*

Langkah selanjutnya dilakukan pemodelan pada hasil dekomposisi SSA menggunakan *Automatic* ARIMA. Pemodelan *Automatic* ARIMA dilakukan secara agregat dan secara individu. Pada pemodelan secara agregat, komponen *trend* juga dilakukan pemodelan menggunakan metode *trend analysis* dan pada komponen musiman juga digunakan pemodelan metode ARIMAX. Persamaan untuk komponen *trend* ditunjukkan oleh persamaan (4.1) dan persamaan matematis komponen musiman ditunjukkan oleh persamaan (4.2), yaitu:

$$\hat{T}_t = 4,217 + 0,48403 t + 0,000158 t^2 \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} S_t = & 1,68 M_{1,t} + 1,52M_{2,t} + 2,05M_{3,t} + 1,31M_{4,t} - 0,87M_{5,t} \\ & - 3,83M_{6,t} - 5,01M_{7,t} - 7,53M_{8,t} \\ & - 7,39M_{9,t} - 6,65M_{10,t} - 5,34M_{11,t} \\ & - 2,79M_{12,t} + 18,7V_{1,t} + 17,5V_{2,t} \\ & + 14,5V_{3,t} + 8,89V_{4,t} + 10,6V_{1,t+1} \\ & + 14,5V_{2,t+1} + 17,9V_{3,t+1} + 19,7V_{4,t+1} \\ & + \frac{1}{(1 + 0,379B^{12} + 0,526B^{23})} a_t \end{aligned} \quad (4.2)$$

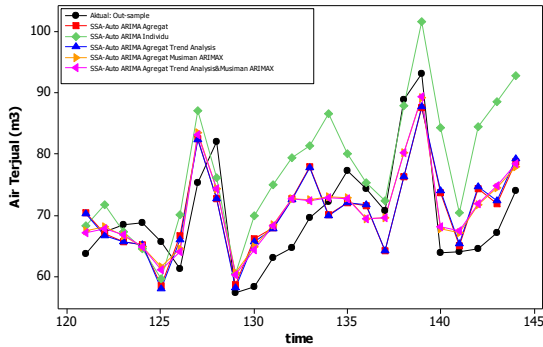
Hasil pemodelan SSA-*Automatic* ARIMA pada kajian simulasi skenario 2 ditampilkan pada Tabel 4.7. Pemodelan menggunakan metode SSA-*Automatic* ARIMA secara agregat menghasilkan akurasi *out-sample* yaitu nilai MAPE sebesar 7,71% dan RMSE sebesar 6,18. Pemodelan menggunakan metode SSA-*Automatic* ARIMA secara individu menghasilkan nilai akurasi MAPE sebesar 12,75% dan RMSE sebesar 10,81. Pemodelan menggunakan metode SSA-*Automatic* ARIMA agregat dengan *trend analysis* menghasilkan akurasi *out-sample* yaitu nilai MAPE sebesar 7,71% dan RMSE 6,19. Pemodelan menggunakan metode SSA-*Automatic* ARIMA agregat dengan musiman ARIMAX menghasilkan nilai akurasi MAPE sebesar 5,96% dan RMSE 4,75. Pemodelan menggunakan metode SSA-*Automatic* ARIMA agregat dengan *trend analysis* dan musiman ARIMAX menghasilkan nilai akurasi MAPE sebesar 5,90 % dan RMSE 4,74.

Tabel 4.7 Hasil Ramalan SSA-Automatic ARIMA Skenario 2

Metode	Model ARIMA	AIC	<i>In-sample</i>		<i>Out-sample</i>	
			MAPE	RMSE	MAPE	RMSE
Agregat			149,25	4,61	7,71	6,18
T_t	(3,1,1)	-86,0	0,56	0,16		
S_t	(2,0,1)(2,1,0) ¹²	225,7	38,30	0,53		
N_t^*	(0,0,0)(1,0,0) ¹²	672,9	110,39	3,92		
Individu			870,29	6,34	12,75	10,81
PC_1	(2,1,1)	-465,5	0,04	0,04		
PC_2	(1,0,0)(2,1,0) ¹²	86,9	31,38	0,26		
PC_3	(1,0,0)(1,1,1) ¹²	136,4	32,95	0,32		
PC_4	(2,1,3)(0,1,0) ¹²	10,6	13,62	0,22		
PC_5	(0,0,0)(1,1,0) ¹²	234,8	167,22	0,65		
PC_6	(2,2,2)	-128,7	45,22	0,13		
PC_7	(1,0,0)(2,1,1) ¹²	83,8	297,34	0,23		
PC_8	(1,0,0)(1,1,0) ¹²	206,6	172,08	0,57		
N_t^*	(0,0,0)(1,0,0) ¹²	672,9	110,39	3,92		
Agregat Trend Analysis			148,71	4,93	7,71	6,19
T_t	$*\hat{T}_t$	-	0,02	0,48		
S_t	(2,0,1)(2,1,0) ¹²	225,7	38,30	0,53		
N_t^*	(0,0,0)(1,0,0) ¹²	672,9	110,39	3,92		
Agregat Musiman ARIMAX			112,04	5,95	5,96	4,75
T_t	(3,1,1)	-86,0	0,56	0,16		
S_t	$*S_t$	-	1,09	1,87		
N_t^*	(0,0,0)(1,0,0) ¹²	672,9	110,39	3,92		
Agregat Trend Analysis & Musiman ARIMAX			111,50	6,27	5,90	4,74
T_t	$*\hat{T}_t$	-	0,02	0,48		
S_t	$*S_t$	-	1,09	1,87		
N_t^*	(0,0,0)(1,0,0) ¹²	672,9	110,39	3,92		

* \hat{T}_t pada persamaan (4.1) dan $*S_t$ pada persamaan (4.2)

Secara visual, perbandingan hasil ramalan kelima metode dapat dilihat oleh Gambar 4.13.



Gambar 4.13 Plot Perbandingan Hasil Ramalan Skenario 2

Pada Gambar 4.13, data aktual *out-sample* ditunjukkan oleh garis berwarna hitam, hasil ramalan SSA-Automatic ARIMA secara agregat ditunjukkan oleh garis merah, garis berwarna hijau adalah hasil ramalan SSA-Automatic ARIMA secara individu, garis berwarna biru mewakili hasil ramalan SSA-Automatic ARIMA agregat dengan *trend analysis*, garis berwarna kuning merupakan hasil SSA-Automatic ARIMA agregat dengan musiman ARIMAX, dan garis berwarna ungu mewakili hasil ramalan SSA-Automatic ARIMA agregat dengan *trend analysis* dan musiman ARIMAX. Secara visual, warna ungu lebih mendekati garis berwarna hitam. Artinya, metode terbaik pada simulasi skenario 2 adalah SSA-Automatic ARIMA agregat dengan *trend analysis* dan musiman ARIMAX karena memiliki nilai MAPE dan RMSE paling kecil.

Hasil akurasi kajian simulasi disajikan pada Tabel 4.8. Metode agregat *trend analysis* merupakan metode pemodelan SSA-Automatic ARIMA secara agregat dengan melakukan *trend analysis* pada komponen *trend*. Agregat ARIMAX merupakan metode pemodelan SSA-Automatic ARIMA secara agregat dengan melakukan pemodelan ARIMAX pada komponen musiman. Metode agregat *trend analysis* & ARIMAX merupakan metode pemodelan SSA-Automatic ARIMA secara agregat dengan

melakukan pemodelan *trend anaylsis* pada komponen *trend* dan pemodelan ARIMAX pada komponen musiman.

Tabel 4.8 Akurasi Hasil Kajian Simulasi

Metode	<i>In-sample</i>		<i>Out-sample</i>	
	MAPE	RMSE	MAPE	RMSE
Skenario 1 (<i>trend, musiman, noise</i>)				
Agregat	325,31	1,04	7,59	5,66
Agregat <i>Trend Analysis</i>	325,29	1,31	2,83	2,20
Individu	338,29	1,45	12,69	11,09
Skenario 2 (<i>trend, musiman, variasi kalender, noise</i>)				
Agregat	149,25	4,61	7,71	6,18
Individu	870,29	6,34	12,75	10,81
Agregat <i>Trend Analysis</i>	148,71	4,93	7,71	6,19
Agregat ARIMAX	112,04	5,95	5,96	4,75
Agregat <i>Trend Analysis</i> & ARIMAX	111,50	6,27	5,90	4,74

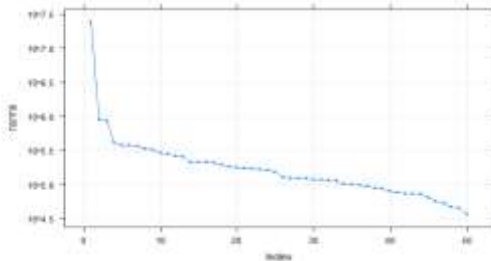
Berdasarkan simulasi yang telah dilakukan, baik skenario 1 maupun skenario 2 menghasilkan pemodelan dekomposisi SSA agregat yang lebih baik daripada secara individu. Hal ini ditunjukkan oleh nilai MAPE dan RMSE *out-sample* yang paling kecil pada masing-masing skenario. Sehingga, dalam kajian terapan dilakukan pemodelan dekomposisi SSA secara agregat saja. SSA baik digunakan untuk data yang mengandung komponen *trend*, musiman, dan *noise* saja. Hal ini ditunjukkan oleh skenario 1 yang tidak mengandung variasi kalender menghasilkan nilai RMSE *in-sample* disekitar 1 yang sama dengan data bangkitan. Pada skenario 2 yang mengandung komponen variasi kalender, SSA tidak baik digunakan, hal ini ditunjukkan oleh nilai RMSE *in-sample* yang jauh dari 1, yaitu disekitar 4-6. Sehingga dapat dikatakan bahwa SSA tidak dapat menangkap pola variasi kalender ke dalam komponen tersendiri karena akan bercampur dengan pola musiman.

4.2 Pemodelan SSA-Automatic ARIMA

Analisis menggunakan metode SSA-Automatic ARIMA yaitu diawali dengan dilakukannya dekomposisi data menggunakan metode SSA kemudian dilakukan pemodelan menggunakan

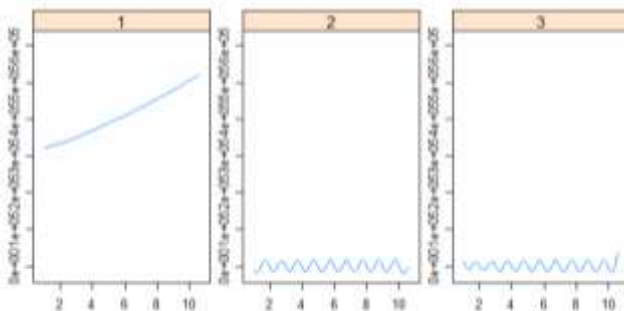
Automatic ARIMA pada data hasil dekomposisi SSA. Data *in-sample* yang akan dianalisis sebanyak 116 data awal, sedangkan 24 data terakhir digunakan sebagai data *out-sample*.

Tahap dekomposisi yang pertama yaitu dilakukan *embedding*, dimana pada tahap ini ditentukan besarnya parameter *window length*. Pada data *in-sample* digunakan parameter *window length* sebesar 58 dan terbentuk 50 *eigentriple* pada langkah *singular value decomposition* (SVD) yang disajikan oleh Gambar 4.14.



Gambar 4.14 Singular Value Decomposition Plot Data Air Terjual

Berdasarkan Gambar 4.14, terbentuk komponen *noise* yang terdiri dari *eigentriple* 4 hingga *eigentriple* 50 karena mengalami penurunan yang lambat pada nilai *singular*. *Eigentriple* 1 hingga *eigentriple* 3 ditunjukkan oleh Gambar 4.15 untuk mengetahui pola ketiga *eigentriple*. Langkah selanjutnya adalah pengelompokan, yaitu mengelompokkan setiap *eigentriple* ke dalam pola *trend*, musiman, atau *noise*.



Gambar 4.15 Eigentriple 1 hingga Eigentriple 3 pada Data Air Terjual

Eigentruple 1 dikelompokkan ke dalam pola *trend* secara visual karena bervariasi secara lambat. *Eigentruple* 2 dan *eigentruple* 3 dikelompokkan ke dalam pola musiman karena plot keduanya berpola musiman. Pengelompokan dapat dilakukan menggunakan periode dan nilai *singular* setiap *eigentruple*. Hasil pengelompokan *eigentruple* ditunjukkan pada Tabel 4.9.

Tabel 4.9 Pengelompokkan *Eigentruple* Data Air Terjual

<i>Eigentruple</i>	Periode	Nilai <i>Singular</i>	Pola
1	-	0,004224	<i>Trend</i>
2	12	0,003874	Musiman
3	12	0,003874	Musiman
4	-	-0,035895	<i>Noise</i>
5	2	-0,163583	<i>Noise</i>
⋮	⋮	⋮	⋮
49	2	-2,928763	<i>Noise</i>
50	-	-0,407762	<i>Noise</i>

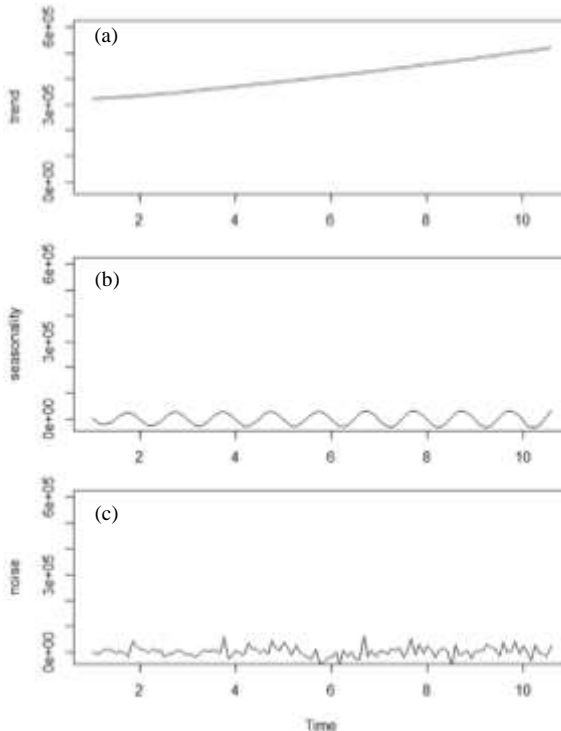
Tabel 4.9 menunjukkan bahwa *eigentruple* 1 dikelompokkan ke dalam pola *trend* karena tidak memiliki periode. *Eigentruple* 2 dan *eigentruple* 3 dikelompokkan ke dalam pola musiman karena memiliki nilai *singular* yang sama dan periode yang sama. Setelah dilakukan pengelompokan, langkah selanjutnya adalah *diagonal averaging* atau penggabungan. *Eigentruple* yang memiliki pola sama digabungkan menjadi satu komponen yang sama. Komponen *trend* terdiri dari *eigentruple* 1, komponen musiman terdiri dari *eigentruple* 2 dan *eigentruple* 3. Komponen *noise* terdiri dari *eigentruple* 4 hingga *eigentruple* 50. Hasil *diagonal averaging* dapat dilihat pada Tabel 4.10.

Tabel 4.10 Hasil *Diagonal Averaging* Data Air Terjual

Komponen	Anggota <i>Eigentruple</i>
<i>Trend</i>	1
Musiman	2 dan 3
<i>Noise</i>	4, 5, 6, ..., 49, 50

Berdasar *diagonal averaging*, plot masing-masing komponen hasil *diagonal averaging* disajikan pada Gambar 4.16. Komponen *trend* ditampilkan oleh Gambar 4.16 (a). Komponen musiman hasil

diagonal averaging ditampilkan oleh Gambar 4.16 (b). Komponen *noise* ditampilkan oleh Gambar 4.16 (c).



Gambar 4.16 Rekonstruksi Hasil *Diagonal Averaging* (a) *Trend*, (b) Musiman, (c) *Noise*

Kemudian dilakukan pemodelan menggunakan *Automatic ARIMA* pada hasil dekomposisi SSA baik secara agregat maupun individu. Khusus untuk pola *noise*, pemodelan selalu dilakukan secara agregat yaitu menggunakan komponen *noise* hasil *diagonal averaging*. Komponen *trend* pada Gambar 4.16 (a) menunjukkan terjadinya pertumbuhan air terjual seiring bertambahnya waktu. Komponen *trend* secara visual tampak seperti garis lurus, tetapi dibagian tengah sedikit melengkung. Sehingga, selain menggunakan *Automatic ARIMA*, pada komponen *trend* juga

dilakukan pemodelan menggunakan *trend analysis* yaitu linier, kuadratik, dan eksponensial. Hasil pemodelan komponen *trend* menggunakan *trend analysis* disajikan pada Tabel 4.11.

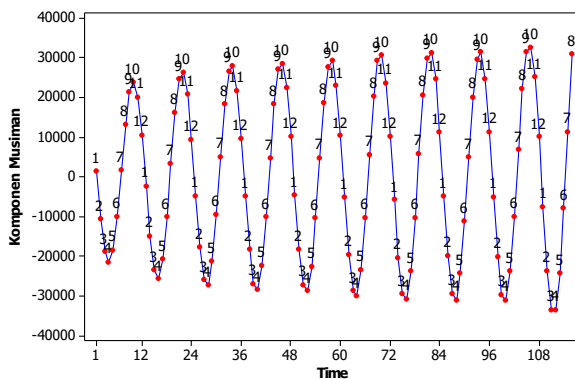
Tabel 4.11 Akurasi *Trend Analysis*

Model	MAPE	RMSE
Linier	0,95	4553,75
Kuadratik	0,13	703,38
Eksponensial	0,22	1113,93

Tabel 4.11 menunjukkan hasil pemodelan komponen *trend* menggunakan *trend analysis*. Model yang menghasilkan akurasi terbaik pada adalah model kuadratik. Hal ini ditunjukkan dengan nilai MAPE dan RMSE yang paling kecil. Persamaan matematis model kuadratik pada komponen *trend* adalah sebagai berikut.

$$\hat{T}_t = 318079 + 1225,87 t + 4,4867 t^2. \quad (4.3)$$

Kemudian pada komponen musiman dilakukan eksplorasi untuk mengetahui efek variasi kalender. Eksplorasi komponen musiman melalui *time series plot* disajikan oleh Gambar 4.17.



Gambar 4.17 Time Series Plot Komponen Musiman

Pola pada komponen musiman tidak menunjukkan adanya efek variasi kalender, hal ini ditunjukkan oleh setiap bulan memiliki pola yang sama. Bulan yang selalu lebih tinggi yaitu

bulan ke-10 dan yang selalu paling rendah yaitu bulan ke-4. Oleh karena itu, tidak diperlukan pemodelan menggunakan ARIMAX pada komponen musiman. Hasil pemodelan metode hibrida SSA-Automatic ARIMA ditunjukkan pada Tabel 4.12.

Tabel 4.12 Hasil Pemodelan SSA-Automatic ARIMA

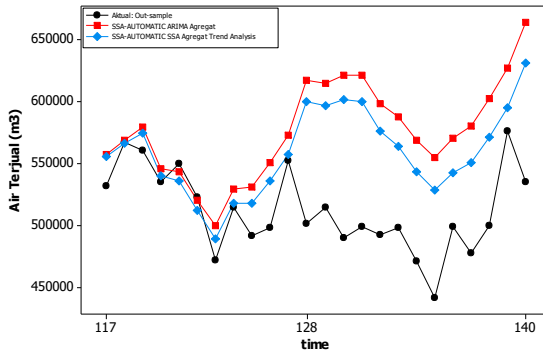
Metode	Model ARIMA	AIC	In-sample		Out-sample	
			MAPE	RMSE	MAPE	RMSE
Agregat			5,26	45900,63	13,02	79.039,35
T_t	(1,2,0)	1400,71				
S_t	(1,0,0)(1,1,1) ¹²	1683,08				
N_t^*	(1,0,2)(1,0,0) ¹²	2617,13				
Agregat Trend Analysis			3,61	19.993,95	9,78	60.870,26
T_t	$*\hat{T}_t$	-				
S_t	(1,0,0)(1,1,1) ¹²	1683,08				
N_t^*	(1,0,2)(1,0,0) ¹²	2617,13				

* \hat{T}_t pada persamaan (4.3)

Pemodelan menggunakan metode hibrida SSA-Automatic ARIMA secara agregat menghasilkan nilai *out-sample* MAPE sebesar 13,02% dan RMSE sebesar 79.039,36. Pemodelan menggunakan *trend analysis* pada komponene *trend* menghasilkan akurasi *out-sample* MAPE sebesar 9,78% dan RMSE sebesar 60.870,26.

Nilai MAPE dan RMSE pemodelan metode hibrida SSA-Automatic ARIMA secara agregat menggunakan *trend analysis* lebih kecil daripada pemodelan hibrida SSA-Automatic ARIMA secara agregat, hal ini menunjukkan bahwa pemodelan menggunakan metode SSA-Automatic ARIMA menggunakan *trend analysis* lebih baik daripada secara agregat saja.

Plot perbandingan hasil pemodelan SSA-Automatic ARIMA secara agregat maupun secara agregat dengan menggunakan *trend analysis* ditunjukkan oleh Gambar 4.18. Garis berwarna hitam mewakili data aktual yaitu data *out-sample*, garis berwarna merah mewakili SSA-Automatic ARIMA secara agregat dan pemodelan pada komponen *trend* menggunakan *trend analysis* secara agregat ditunjukkan oleh garis berwarna biru.



Gambar 4.18 Plot Perbandingan SSA-Automatic ARIMA secara Agregat

Gambar 4.18 menunjukkan bahwa air terjual paling rendah terjadi pada bulan Maret yaitu pada saat waktu ke-123 dan waktu ke-135. Pada saat waktu ke-127 dan waktu ke-139 mengalami peningkatan air terjual secara signifikan, pada waktu tersebut merupakan waktu terjadinya Hari Raya Idul Fitri.

Pada Gambar 4.18 terlihat bahwa garis berwarna biru lebih mendekati garis berwarna hitam dibanding dengan garis berwarna merah. Sehingga, dapat dikatakan bahwa pemodelan menggunakan SSA-Automatic ARIMA lebih baik digunakan secara agregat dengan menggunakan *trend analysis*. Akurasi *out-sample* yang dihasilkan dari metode SSA-Automatic ARIMA yaitu MAPE sebesar 9,78% dan RMSE sebesar 60.870,26.

4.3 Pemodelan Metode Pemanding

Pada penelitian ini, metode utama yang digunakan adalah SSA-Automatic ARIMA. Selain metode tersebut, digunakan empat metode pembanding yaitu Automatic ARIMA, SSA-ARIMA, ARIMA, dan ARIMAX.

4.3.1 Pemodelan Automatic ARIMA

Analisis menggunakan metode *Automatic* ARIMA berbeda dengan analisis menggunakan ARIMA. Perbedaan keduanya

terletak pada penentuan model, jika metode ARIMA menggunakan plot ACF dan plot PACF yang telah stasioner untuk menentukan model, lain halnya pada metode *Automatic* ARIMA. Pemodelan menggunakan *Automatic* ARIMA menggunakan *package forecast* pada *software* R. Model terbaik yang dihasilkan merupakan model yang memiliki nilai AIC paling kecil. Model yang terbentuk untuk data air terjun menggunakan metode *Automatic* ARIMA adalah ARIMA(2,1,0)(1,0,0)¹² dengan AIC yaitu sebesar 2634,4. Hasil signifikansi parameter model ARIMA(2,1,0)(1,0,0)¹² ditunjukkan oleh Tabel 4.13.

Tabel 4.13 Signifikansi Parameter *Automatic* ARIMA(2,1,0)(1,0,0)¹²

Parameter	Nilai Parameter	<i>t</i>	<i>p-value</i>
Φ_1	0,718	11,22	0,0000
ϕ_1	-0,662	-7,07	0,0000
ϕ_2	-0,227	-2,46	0,0154

Semua parameter dalam model ARIMA(2,1,0)(1,0,0)¹² telah signifikan dengan tingkat kepercayaan 95%. Hal ini ditunjukkan oleh *p-value* masing-masing parameter yang kurang dari taraf signifikan 5% pada Tabel 4.13. Persamaan matematis model ARIMA(2,1,0)(1,0,0)¹² adalah sebagai berikut.

$$Z_t = 0,34Z_{t-1} + 0,44Z_{t-2} + 0,28Z_{t-3} + 0,72Z_{t-12} - 0,24Z_{t-13} - 0,31Z_{t-14} - 0,16Z_{t-15} + a_t$$

Asumsi yang terdapat pada pemodelan ARIMA adalah residual *white noise* dan berdistribusi normal. Hasil pengujian asumsi *white noise* terhadap residual ditunjukkan oleh Tabel 4.14.

Tabel 4.14 Pengujian *White Noise* pada Residual *Automatic* ARIMA(2,1,0)(1,0,0)¹²

Lag	X^2	<i>P-value</i>
12	11,2	0,263
24	24,3	0,281
36	43,3	0,108
48	60,1	0,065

Berdasarkan Tabel 4.14, residual *Automatic* ARIMA telah memenuhi asumsi *white noise*. Hal ini ditunjukkan oleh *p-value*

yang lebih besar dari taraf signifikan 5%. Taraf signifikan 5%, mengakibatkan hipotesis awal gagal ditolak, hipotesis awal pada pengujian *white noise* adalah residual telah *white noise*. Selain asumsi *white noise*, asumsi distribusi normal pada residual tidak terpenuhi. Pengujian Kolmogorov-Smirnov menghasilkan *p-value* sebesar 0,035 yang kurang dari taraf sigifikansi 5%. Walaupun residual tidak memenuhi asumsi distribusi normal, tetapi model masih tetap bisa digunakan untuk melakukan pemodelan karena asumsi *white noise* telah terpenuhi. Kostenko & Hyndman (2008) menyatakan bahwa dalam melakukan pemodelan, pengujian signifikansi dan asumsi tidak menjadi prioritas peramalan karena pemodelan lebih berfokus pada kebaikan hasil ramalan. Akurasi kebaikan model ARIMA(2,1,0)(1,0,0)¹² ditunjukkan pada Tabel 4.15.

Tabel 4.15 Akurasi *Automatic* ARIMA(2,1,0)(1,0,0)¹²

	AIC	MAPE	RMSE
<i>In-sample</i>	2634.4	3,81	21.080,79
<i>Out-sample</i>	-	8,00	49.190,10

Model terbaik yang dihasilkan oleh *Automatic* ARIMA memiliki nilai AIC sebesar 2634.3 dengan nilai MAPE data *in-sample* sebesar 3,81% dan RMSE sebesar 21.080,79. Akurasi *out-sample* hasil pemodelan *Automatic* ARIMA pada data air terjual yaitu MAPE sebesar 8% dan RMSE sebesar 49.190,10.

4.3.2 Pemodelan SSA-ARIMA

Komponen yang telah didapat pada analisis SSA yaitu komponen *trend*, musiman, dan *noise* masing-masing akan dilakukan pemodelan menggunakan metode ARIMA. Berdasar hasil simulasi dan hasil pemodelan SSA-*Automatic* ARIMA, pemodelan secara agregat lebih baik dari pemodelan secara individu. Sehingga pemodelan SSA-ARIMA hanya dilakukan secara agregat saja. Pada kompoen *trend* juga dilakukan pemodelan menggunakan *trend analysis*. Berikut analisis pemodelan ARIMA pada setiap komponen hasil dekomposisi SSA.

4.3.2.1 Pemodelan Komponen *Trend*

Pemodelan pada komponen *trend* dilakukan dengan menggunakan metode ARIMA. Terdapat 116 data *trend* hasil dekomposisi SSA yang dilakukan pemodelan menggunakan metode ARIMA.

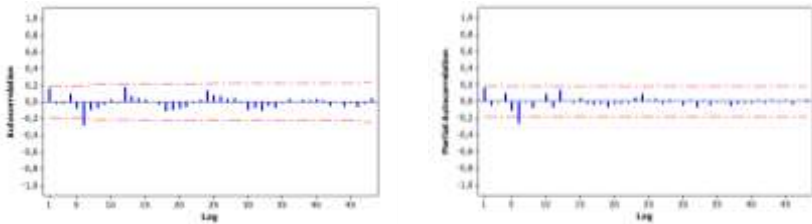
Sebelum dilakukan identifikasi model, dilakukan pengecekan stasioneritas terhadap varians maupun terhadap *mean*. Stasioneritas terhadap varians melalui transformasi Box-Cox dan stasioneritas dalam *mean* melalui plot ACF maupun pengujian ADF.

Rounded value hasil transformasi Box-Cox bernilai -0,5 dan selang kepercayaan pada transformasi Box-Cox antara -1.57 hingga 0,81. Nilai *rounded value* tidak sama dengan 1 dan selang kepercayaan transformasi Box-Cox tidak mengandung nilai 1 yang memberikan arti bahwa data komponen *trend* belum stasioner dalam varians. Transformasi $T_t^* = 1/\sqrt{T_t}$ dilakukan agar komponen *trend* stasioner dalam varians. Kemudian dilakukan pengecekan stasioneritas terhadap *mean* menggunakan pengujian ADF. Hasil pengujian ADF ditunjukkan oleh Tabel 4.16.

Tabel 4.16 Hasil Pengujian ADF Komponen *Trend*

Data	τ	<i>p-value</i>
Transformasi	-1,15	0,6935
<i>Difference lag 1</i>	-2,23	0,1964
<i>Difference lag 2</i>	-4,28	0,0008

Berdasarkan Tabel 4.16, dapat dikatakan bahwa komponen *trend* tidak stasioner dalam *mean* karena *p-value* lebih dari taraf signifikan 5%. Kemudian dilakukan *differencing lag 1*, tetapi masih belum stasioner dalam *mean* karena *p-value* masih lebih besar dari taraf signifikansi 5%. Oleh karena itu, dilakukan *differencing lag 2* dan stasioneritas dalam *mean* telah terpenuhi karena *p-value* kurang dari taraf signifikan 5%. Plot ACF dan plot PACF yang telah stasioner ditampilkan pada Gambar 4.19.



Gambar 4.19 Plot ACF dan PACF Komponen *Trend* Stasioner

Pada Gambar 4.19, lag yang melebihi batas signifikansi pada plot ACF adalah *lag* 6. Pada plot PACF, *lag* yang melewati batas signifikansi adaah *lag* 6. Model dugaan dari hasil kombinasi *lag* ACF dan PACF ditunjukkan oleh Tabel 4.17.

Tabel 4.17 Model ARIMA Dugaan Komponen *Trend*

Model ARIMA	Parameter	Nilai Parameter	<i>t</i>	<i>P-value</i>
([6],2,[6])	ϕ_6	-0,309	-Infty	<0,0001
	θ_6	-0,895	-20,70	<0,0001
([6],2,0)	ϕ_6	-0,759	-Infty	<0.0001
(0,2,[6])	θ_6	0.489	Infty	<0,0001

Terdapat 3 model ARIMA dugaan untuk komponen *trend* berdasarkan Tabel 4.17 yang telah memenuhi signifikansi parameter dengan taraf signifikan 5%. Kemudian dilakukan pengujian asumsi *white noise* dan distribusi normal pada residual.

Tabel 4.18 Pengujian *White Noise* Komponen *Trend*

Model ARIMA	Lag	χ^2	<i>P-value</i>
([6],2,[6])	12	19,73	0,0319
	24	23,21	0,3901
	36	26,47	0,8180
	48	32,47	0,9342
([6],2,0)	12	24,88	0,0095
	24	28,64	0,1927
	36	32,62	0,5837
	48	37,92	0,8249
(0,2,[6])	12	25,02	0,0090
	24	35,07	0,0512
	36	42,63	0,1757
	48	45,23	0,5460

Hasil pengujian *white noise* ditunjukkan oleh Tabel 4.18. Berdasarkan Tabel 4.18, dapat dilihat bahwa ketiga model dugaan untuk komponen *trend* belum memenuhi asumsi *white noise* pada residual. Hal ini ditunjukkan oleh *p-value lag* 12 pada masing-masing model kurang dari taraf signifikan 5%. Kemudian dilakukan pengujian distribusi normal pada residual. Hasil pengujian distribusi normal pada residual ditunjukkan oleh Tabel 4.19.

Tabel 4.19 Hasil Pengujian Distribusi Normal Komponen *Trend*

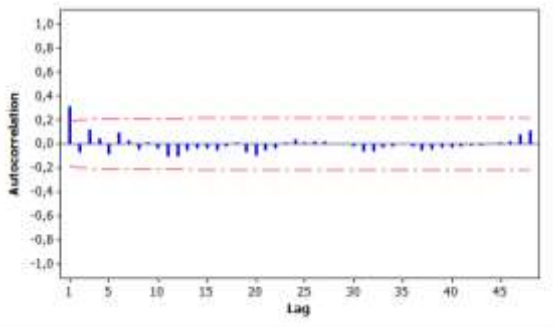
Model ARIMA	D	<i>p-value</i>
([6],2,[6])	0,175	<0,010
([6],2,0)	0,151	<0,010
(0,2,[6])	0,150	<0,010

Ketiga model ARIMA dugaan untuk komponen *trend* tidak memenuhi asumsi distribusi normal pada residual. Hal ini ditunjukkan dengan *p-value* yang kurang dari taraf signifikan 5%. Model yang digunakan untuk pemodelan hanya satu model saja, yaitu model yang terbaik. Penentuan model terbaik menggunakan perbandingan akurasi nilai RMSE. Perbandingan akurasi ketiga model tersebut disajikan pada Tabel 4.20.

Tabel 4.20 Akurasi Model ARIMA Dugaan Komponen *Trend*

Model ARIMA	RMSE
([6],2,[6])	0,0000218
([6],2,0)	0,0000219
(0,2,[6])	0,0000224

Model terbaik yang digunakan adalah model yang memiliki nilai RMSE terkecil. Berdasar Tabel 4.20, nilai RMSE terkecil dimiliki oleh model ARIMA([6],2,[6]). Selanjutnya akan dilakukan pembuatan plot ACF residual model ARIMA([6],2,[6]) yang ditampilkan pada Gambar 4.20 untuk mengatasi asumsi *white noise* yang tidak terpenuhi.



Gambar 4.20 Plot ACF Residual Model ARIMA([6],2,[6])

Pada Gambar 4.20, lag 1 melewati batas signifikansi sehingga lag 1 dijadikan orde pada model. Terbentuk model baru yaitu ARIMA([1,6],2,[6]) dengan signifikansi parameter yang ditunjukkan oleh Tabel 4.21.

Tabel 4.21 Signifikansi Parameter Model ARIMA([1,6],2,[6])

Model ARIMA	Parameter	Nilai Parameter	<i>t</i>	<i>P-value</i>
([1,6],2,[6])	ϕ_1	0,363	11,32	<0,0001
	ϕ_6	-0,637	-Infity	<0,0001
	θ_6	-0,161	-Infity	<0,0001

Semua parameter model ARIMA([1,6],2,[6]) telah signifikan, hal ini ditunjukkan oleh *p-value* yang kurang dari taraf signifikan 5%. Selanjutnya dilakukan pengujian asumsi *white noise* menggunakan pengujian *Ljung Box*. Hasil pengujian pada Tabel 4.22 menunjukkan bahwa model ARIMA([1,6],2,[6]) telah memenuhi asumsi *white noise*. *P-value* setiap lag pada model telah lebih dari taraf signifikan 5%.

Tabel 4.22 Pengujian *White Noise* Model ARIMA([1,6],2,[6])

Lag	χ^2	<i>P-value</i>
12	15,43	0,0797
24	17,12	0,7037
36	20,17	0,9611
48	23,10	0,9972

Asumsi *white noise* pada residual model ARIMA([1,6],2,[6]) telah tepenuhi selanjutnya dilakukan pengujian distribusi normal menggunakan pengujian Kolmogorov-Smirnov. *P-value* yang dihasilkan pada pengujian Kolmogorov-Smirnov sebesar $<0,010$ yang artinya bahwa residual model ARIMA([1,6],2,[6]) tidak memenuhi asumsi distribusi normal.

Sehingga, model terbaik yang digunakan untuk komponen *trend* adalah ARIMA([1,6],2,[6]) dengan persamaan matematis sebagai berikut.

$$T_t^* = 0,36T_{t-1}^* - 0,64T_{t-6}^* + a_t + 0,16a_{t-6}.$$

4.3.2.2 Pemodelan Komponen Musiman

Langkah pertama yang dilakukan dalam pemodelan komponen musiman adalah melakukan pengecekan stasioneritas varian dan *mean* sebelum melakukan identifikasi model. Pengecekan stasioneritas terhadap varian dilakukan melalui transformasi Box-Cox.

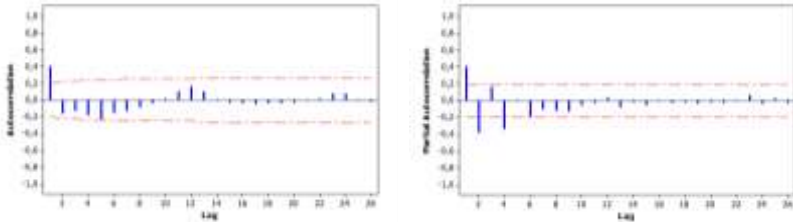
Nilai lambda hasil Box-Cox tranformasi sebesar 0,5 dan ini menunjukkan bahwa komponen musiman belum stasioner dalam varians. Sehingga diperlukan transformasi $S_t^* = \sqrt{S_t + 34.000}$ agar data komponen musiman stasioner dalam varians. Setelah dilakukan tranformasi, data komponen telah stasioner terhadap varians. Selanjutnya dilakukan pengecekan stasioneritas terhadap *mean* melalui pengujian ADF. Berikut hasil pengecekan stasioneritas terhadap *mean*.

Tabel 4.23 Pengujian ADF Komponen Musiman

Data	τ	<i>p-value</i>
Transformasi	-2,55	0,1075
<i>Difference lag 1</i>	-5,57	0,0000
<i>Difference lag 12</i>	-6,91	0,0000

Berdasar Tabel 4.23, dapat dikatakan bahwa komponen transformasi musiman belum stasioner dalam *mean* karena *p-value* lebih dari taraf signifikan 5%. Kemudian dilakukan *differencing lag 1* dan hasilnya data sudah stasioner dalam *mean*. Walaupun sudah stasioner tetapi pada plot ACF terindikasi adanya musiman

12 dan *lag* musiman mengalami penurunan lambat. Sehingga dilakukan *differencing* musiman *lag* 12.



Gambar 4.21 Plot ACF dan PACF Komponen Musiman *Differencing Lag* 12

Plot ACF dan PACF yang telah stasioner ditunjukkan oleh Gambar 4.22 dan digunakan mengidentifikasi model. *Lag* pada plot ACF yang signifikan adalah *lag* 1 dan plot PACF menunjukkan pola *dies down*. Sehingga model ARIMA untuk komponen musiman adalah $ARIMA(0,1,1)(0,1,0)^{12}$. Parameter model $ARIMA(0,1,1)(0,1,0)^{12}$ telah signifikan karena memiliki *p-value* sebesar $<0,0001$ yang ditunjukkan oleh Tabel 4.24.

Tabel 4.24 Model $ARIMA(0,1,1)(0,1,0)^{12}$ Komponen Musiman

Parameter	Nilai Parameter	<i>t</i>	<i>P-value</i>
θ_1	-0,765	-11,16	$<0,0001$

Selanjutnya dilakukan pengujian *white noise* pada residual model $ARIMA(0,1,1)(0,1,0)^{12}$ menggunakan pengujian Ljung-Box. Model $ARIMA(0,1,1)(0,1,0)^{12}$ telah memenuhi asumsi *white noise* karena *p-value* setiap *lag* lebih dari taraf signifikan 5%. Hasil pengujian asumsi *white noise* pada residual ditampilkan pada Tabel 4.25.

Tabel 4.25 Pengujian *White Noise* Komponen Musiman

Model ARIMA	Lag	X^2	<i>P-value</i>
$(0,1,1)(0,1,0)^{12}$	12	7,68	0,7420
	24	9,17	0,9953
	36	12,15	0,9999
	48	22,37	0,9991

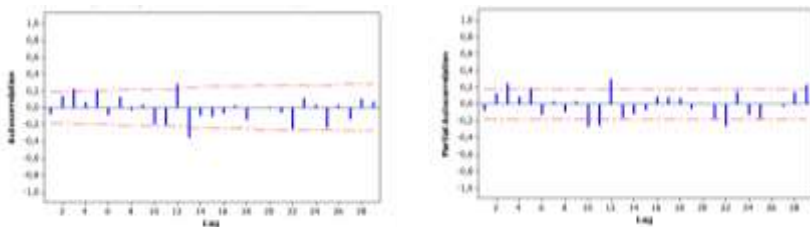
Selain asumsi *white noise*, pada residual juga dilakukan pengujian distribusi normal menggunakan pengujian Kolmogorov-Smirnov. Hasil pengujian distribusi normal menunjukkan bahwa residual model $ARIMA(0,1,1)(0,1,0)^{12}$ tidak memenuhi asumsi distribusi normal karena *p-value* kurang dari taraf signifikan 5%. Pengujian distribusi normal menghasilkan statistik uji D sebesar 0,211 dan *p-value* sebesar $<0,010$. Model $ARIMA(0,1,1)(0,1,0)^{12}$ pada komponen musiman menghasilkan akurasi RMSE sebesar 15,95.

$$S_t^* = S_{t-1}^* + S_{t-12}^* - S_{t-13}^* + a_t + 0,765a_{t-1}.$$

4.3.2.3 Pemodelan Komponen *Noise*

Pengecekan stasioneritas dalam varian dilakukan melalui Box-Cox transformasi, menghasilkan selang kepercayaan antara 0,43 hingga 1,02. Selang kepercayaan telah melewati *lambda* sebesar 1 sehingga dapat dikatakan bahwa komponen *noise* telah stasioner dalam varians. Kemudian dilakukan pengecekan stasioneritas dalam *mean* menggunakan pengujian ADF. Pengujian ADF menghasilkan *p-value* sebesar 0,0005 yang artinya komponen *noise* telah stasioner dalam *mean*.

Selanjutnya dilakukan identifikasi model ARIMA menggunakan plot ACF dan PACF komponen *noise* yang ditunjukkan oleh Gambar 4.22.



Gambar 4.22 Plot ACF dan PACF Komponen *Noise*

Pada plot ACF, *lag* yang melewati batas signifikansi adalah *lag* 3, *lag* 5, *lag* 12, dan *lag* 13. *Lag* yang melewati batas signifikansi pada plot PACF adalah *lag* 3, *lag* 5, *lag* 10, *lag* 11, *lag*

12, *lag* 22, dan *lag* 29. Terdapat berbagai kombinasi *lag* untuk menduga model ARIMA komponen *noise* yang ditampilkan pada Tabel 4.26. Model dugaan komponen *noise* berdasar ACF dan PACF ditampilkan pada Tabel 4.26.

Tabel 4.26 Signifikansi Model ARIMA Dugaan Komponen *Noise*

Model ARIMA	Parameter	Nilai Parameter	<i>t</i>	<i>P-value</i>
([3,5,10,11,22],0,[12])	ϕ_3	0,203	2,44	0,0147
	ϕ_5	0,177	2,07	0,0387
	ϕ_{10}	-0,232	-2,65	0,0080
	ϕ_{11}	-0,296	-3,38	0,0007
	ϕ_{22}	-0,250	-2,78	0,0054
	θ_{12}	-0,381	-3,85	0,0001
([3,10,11,22],0,[12])	ϕ_3	0,245	3,02	0,0025
	ϕ_{10}	-0,193	-2,22	0,0264
	ϕ_{11}	-0,305	-3,43	0,0006
	ϕ_{22}	-0,263	-2,88	0,0039
	θ_{12}	-0,391	-3,97	<0,0001

Setiap parameter model dugaan komponen *noise* telah memenuhi signifikansi parameter. Hal ini dapat dilihat dari *p-value* masing-masing parameter yang kurang dari taraf signifikan 5%. Selanjutnya dilakukan pengujian asumsi *white noise* dan distribusi normal pada residual kedua model ARIMA dugaan untuk komponen *noise*. Pengujian asumsi *white noise* ditampilkan oleh Tabel 4.27.

Tabel 4.27 Pengujian *White Noise* Komponen *Noise*

Model ARIMA	Lag	χ^2	<i>P-value</i>
([3,5,10,11,22],0,[12])	12	7,74	0,2575
	24	18,00	0,4556
	36	35,51	0,2244
	48	49,23	0,2062
([3,10,11,22],0,[12])	12	12,51	0,0849
	24	23,09	0,2334
	36	40,97	0,1086
	48	54,71	0,1086

Berdasarkan Tabel 4.27, semua *p-value* telah lebih dari taraf signifikansi 5%. Artinya, semua model memenuhi asumsi *white noise*. *Lag* pada masing-masing model yaitu model dugaan pertama

dan model dugaan kedua telah memenuhi asumsi *white noise* pada residual. Hal ini ditunjukkan oleh *p-value* masing-masing *lag* telah lebih dari taraf signifikan 5%. Kemudian dilakukan pengujian distribusi normal pada residual kedua model. Hasil pengujian distribusi normal adalah sebagai berikut.

Tabel 4.28 Pengujian Distribusi Normal Komponen *Noise*

Model ARIMA	D	<i>p-value</i>
([3,5,10,11,22],0,[12])	0,073	0,136
([3,10,11,22],0,[12])	0,066	>0,150

Asumsi distribusi normal pada dua model dugaan telah terpenuhi. Hal ini ditunjukkan oleh Tabel 4.28, *p-value* masing-masing model telah lebih dari taraf signifikan 5%. Langkah terakhir yang dilakukan adalah melakukan pemilihan model terbaik karena kedua model telah memenuhi asumsi *white noise* dan distribusi normal. Pemilihan model terbaik didasarkan pada akurasi nilai RMSE. Berikut hasil perbandingan akurasi kedua model dugaan.

Tabel 4.29 Perbandingan Akurasi Model ARIMA Dugaan Komponen *Noise*

Model ARIMA	RMSE
([3,5,10,11,22],0,[12])	16.771,52
([3,10,11,22],0,[12])	17.107,01

Tabel 4.29 menunjukkan akurasi kedua model dugaan untuk komponen *noise*. Nilai RMSE yang paling kecil adalah 16.771,52 yang dimiliki oleh model ARIMA([3,5,10,11,22],0,[12]). Sehingga model terbaik untuk pemodelan komponen *noise* adalah model ARIMA([3,5,10,11,22],0,[12]) dengan persamaan matematis sebagai berikut.

$$N_t^* = 0,20N_{t-3}^* + 0,18N_{t-5}^* - 0,23N_{t-10}^* - 0,30N_{t-11}^* - 0,25N_{t-22}^* + a_t + 0,38a_{t-12}$$

Pemodelan pada masing-masing komponen hasil dekomposisi SSA yang telah dilakukan dan menghasilkan model pada setiap komponen yang ditunjukkan pada Tabel 4.30.

Tabel 4.30 Hasil Ramalan SSA-ARIMA Air Terjual

Metode	Model ARIMA	In-sample		Out-sample	
		MAPE	RMSE	MAPE	RMSE
Agregat		5,49	46.105,28	9,95	60.829,36
T_t	([1,6],2,[6])				
S_t	(0,1,1)(0,1,0) ¹²				
N_t^*	([3,5,10,11,22],0,[12])				
Agregat Trend Analysis		3,82	20.397,54	9,37	58.750,92
T_t	$*\hat{T}_t$				
S_t	(0,1,1)(0,1,0) ¹²				
N_t^*	([3,5,10,11,22],0,[12])				

* \hat{T}_t pada persamaan (4.3)

Pada komponen *trend* juga dilakukan pemodelan menggunakan *trend analysis*. Model pada masing-masing komponen dan akurasi *out-sample* ditunjukkan oleh Tabel 4.30. Model terbaik untuk pemodelan SSA-ARIMA yaitu secara agregat dengan *trend analysis*. Model terbaik menghasilkan akurasi MAPE sebesar 9,37% dan RMSE sebesar 58.750,92.

4.3.3 Pemodelan ARIMA

Time series plot air terjual telah ditunjukkan pada Gambar 4.1. Sebelum melakukan identifikasi model, terlebih dahulu melakukan stasioneritas pada data air terjual. Stasioneritas dalam varians dilakukan melalui transformasi Box-Cox. Data air terjual dikatakan telah stasioner dalam varians jika nilai *rounded value* sebesar 1 dan dalam selang kepercayaan mengandung nilai 1. Pada data air terjual dapat dikatakan bahwa data belum stasioner dalam varians. Hal ini ditunjukkan oleh Box-Cox transformasi dengan nilai *rounded value* yang tidak sama dengan 1 dan dalam selang kepercayaan tidak mengandung *lambda* 1. Nilai *rounded value* hasil Box-Cox transformasi sebesar -1. Oleh karena itu, dilakukan transformasi $Z_t^* = (1/Z_t) \times 100.000$. Setelah dilakukan transformasi, data air terjual telah stasioner dalam varians.

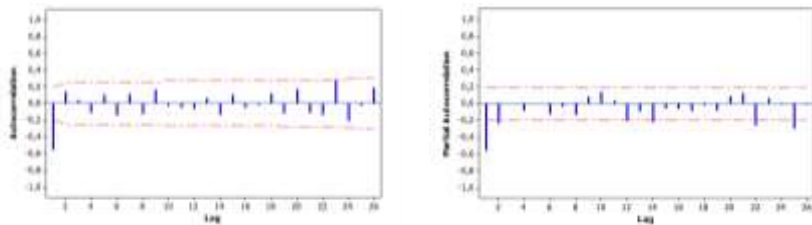
Pengujian ADF dilakukan untuk mengetahui stasioneritas data dalam *mean*. Hasil pengujian ADF disajikan oleh Tabel 4.31.

Tabel 4.31 Hasil Pengujian ADF ARIMA

Data	τ	p -value
Transformasi	-0,19	0,9347
Difference lag 1	-4,79	0,0001
Difference lag 12	-11,07	0,0000

Pengujian ADF dilakukan pada data hasil transformasi Box-Cox, tetapi data transformasi belum stasioner dalam *mean*. Hal ini ditunjukkan dengan p -value sebesar 0,9347 yang lebih besar dari taraf signifikansi 5%. Kemudian dilakukan *differencing* pada lag 1 dan pengujian ADF menunjukkan bahwa data telah stasioner dalam *mean* karena p -value yang kurang dari taraf signifikansi 5%.

Plot ACF dan PACF *differencing* 1 mengindikasikan adanya musiman periode 12 karena pada lag ke-12 lebih tinggi dari lag-lag lainnya. Sehingga dilakukan *differencing* musiman lag 12 dari data *differencing* lag 1.

**Gambar 4.23** Plot ACF dan PACF Stasioner Metode ARIMA Data Air Terjual

Identifikasi model dilakukan berdasarkan plot ACF dan PACF pada Gambar 4.24. Plot ACF menunjukkan pola *dies down*, sedangkan pada plot PACF *cut off* setelah lag 2. Sehingga model dugaan air terjual adalah $ARIMA(2,1,0)(1,1,0)^{12}$ dengan signifikan parameter yang ditunjukkan oleh Tabel 4.32.

Tabel 4.32 Model $ARIMA(2,1,0)(1,1,0)^{12}$ Data Air Terjual

Parameter	Nilai Parameter	t	P -value
ϕ_1	-0,734	-7,61	<0,0001
ϕ_2	-0,303	-3,14	0,0017
Φ_1	-0,224	-2,22	0,0264

Model $\text{ARIMA}(2,1,0)(1,1,0)^{12}$ telah memenuhi signifikansi parameter ditunjukkan oleh Tabel 4.32. Signifikansi parameter dilihat dari p -value masing-masing parameter kurang dari taraf signifikan 5%. Kemudian dilakukan pengecekan *white noise* pada residual model $\text{ARIMA}(2,1,0)(1,1,0)^{12}$. Hasil pengecekan *white noise* pada residual disajikan pada Tabel 4.33.

Tabel 4.33 Hasil Pengecekan *White Noise* pada Residual $\text{ARIMA}(2,1,0)(1,1,0)^{12}$

Lag	χ^2	P -value
12	9,91	0,3575
24	32,32	0,0543
36	55,39	0,0086
48	63,78	0,0340

Tabel 4.33 menunjukkan hasil pengecekan *white noise* pada residual bahwa model $\text{ARIMA}(2,1,0)(1,1,0)^{12}$ belum memenuhi asumsi *white noise*. Hal ini dapat dilihat dari p -value lag 36 dan lag 48 yang kurang dari taraf signifikan 5%. Kemudian dilakukan pembuatan ACF residul model $\text{ARIMA}(2,1,0)(1,1,0)^{12}$ yang ditunjukkan oleh Gambar 4.24.



Gambar 4.24 Plot ACF Residual Model $\text{ARIMA}(2,1,0)(1,1,0)^{12}$

Lag yang melebihi batas signifikansi pada Gambar 4.24 adalah lag 35. Kemudian lag 35 dijadikan orde baru pada model sehingga terbentuk model $\text{ARIMA}(2,1,[35])(1,1,0)^{12}$. Signifikansi parameter model $\text{ARIMA}(2,1,[35])(1,1,0)^{12}$ disajikan pada Tabel 4.34. Pada model $\text{ARIMA}(2,1,[35])(1,1,0)^{12}$ signifikansi parameter telah terpenuhi. Hal ini ditunjukkan oleh p -value masing-masing parameter yang kurang dari taraf signifikan pada Tabel 4.34.

Tabel 4.34 Signifikansi Parameter ARIMA(2,1,[35])(1,1,0)¹² Air Terjual

Parameter	Nilai Parameter	<i>t</i>	<i>P-value</i>
ϕ_1	-0,644	-6,94	<0,0001
ϕ_2	-0,286	-3,11	0,0019
Φ_1	-0,289	-2,93	0,0033
θ_{35}	-0,496	-3,04	0,0024

. Selanjutnya dilakukan pengujian *white noise* pada residual model ARIMA(2,1,[35])(1,1,0)¹² menggunakan pengujian Ljung-Box. Hasil pengujian *white noise* menunjukkan bahwa residual model ARIMA(2,1,[35])(1,1,0)¹² memenuhi asumsi *white noise* hingga lag 12 saja yang ditunjukkan oleh Tabel 4.35. Hal ini dapat dilihat bahwa hanya pada lag 12 yang memiliki *p-value* lebih dari taraf signifikan 5%.

Tabel 4.35 Pengujian *White Noise* pada Residual Model ARIMA(2,1,[35])(1,1,0)¹²

Lag	χ^2	<i>P-value</i>
12	11,11	0,1954
24	32,82	0,0353
36	50,17	0,0214
48	62,61	0,0039

Selanjutnya dilakukan pengujian asumsi distribusi normal. Pengujian distribusi normal pada residual model ARIMA(2,1,[35])(1,1,0)¹² menggunakan pengujian Kolmogorov-Smirnov. Pengujian normal menghasilkan statistik uji D sebesar 0,065 dan *p-value* sebesar >0,150. Sehingga asumsi residual berdistribusi normal telah terpenuhi karena *p-value* sama dengan taraf signifikan 5%. Model ARIMA(2,1,[35])(1,1,0)¹² memiliki akurasi *in-sample* yaitu nilai MAPE 4,24% dan RMSE sebesar 22.939,89. Akurasi *out-sample* model tersebut adalah nilai MAPE sebesar 9,64% dan RMSE sebesar 60.836,03. Persamaan matematis model ARIMA(2,1,[35])(1,1,0)¹² adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 Z_t^* = & 0,34Z_{t-1}^* + 0,36Z_{t-2}^* - 0,29Z_{t-3}^* + 0,71Z_{t-12}^* + 0,12Z_{t-13}^* \\
 & - 0,25Z_{t-14}^* - 0,20Z_{t-15}^* + 0,29Z_{t-24}^* - 0,10Z_{t-25}^* \\
 & - 0,10Z_{t-26}^* - 0,08Z_{t-27}^* + a_t + 0,50a_{t-35}
 \end{aligned}$$

4.3.4 Pemodelan ARIMAX

Pemodelan air terjual menggunakan metode ARIMAX dilakukan dengan melakukan *time series regression* (TSR) terlebih dahulu. Variabel prediktor pada *time series regression* berupa variabel *dummy trend*, musiman, dan variasi kalender berupa efek terjadinya hari Raya Idul Fitri.

Estimasi parameter TSR ditunjukkan oleh Tabel 4.36. Tidak semua parameter berpengaruh signifikan, dan bukan berarti parameter yang tidak signifikan tidak memiliki pengaruh terhadap model. Sehingga, parameter yang tidak signifikan tetap digunakan dalam model.

Tabel 4.36 Estimasi Parameter TSR

Variabel	Estimasi	SE	<i>t</i>	<i>p-value</i>
T_t	1738,6	46,5	37,39	<,0001
$M_{1,t}$	312621,4	5795,3	53,94	<,0001
$M_{2,t}$	292216,8	5815,9	50,24	<,0001
$M_{3,t}$	266413,3	5836,9	45,64	<,0001
$M_{4,t}$	296353,7	5858,2	50,59	<,0001
$M_{5,t}$	291228,9	5879,7	49,53	<,0001
$M_{6,t}$	303590,8	5901,5	51,44	<,0001
$M_{7,t}$	296787,0	6053,6	49,03	<,0001
$M_{8,t}$	322347,6	6439,7	50,06	<,0001
$M_{9,t}$	332433,9	6720,1	49,47	<,0001
$M_{10,t}$	326009,6	7060,1	46,18	<,0001
$M_{11,t}$	341165,8	6750,1	50,54	<,0001
$M_{12,t}$	309851,4	6150,9	50,38	<,0001
$V_{1,t}$	67293,9	17733,9	3,79	0,0001
$V_{2,t}$	18560,3	10394,6	1,79	0,0742
$V_{3,t}$	5887,3	10293,5	0,57	0,5674
$V_{4,t}$	-8299,3	10233,6	-0,81	0,4174
$V_{1,t+1}$	-38854,8	17590,9	-2,21	0,0272
$V_{2,t+1}$	-17722,3	10333,4	-1,72	0,0863
$V_{3,t+1}$	53212,9	10469,2	5,08	<,0001
$V_{4,t+1}$	49807,8	10290,8	4,84	<,0001

Berdasar Tabel 4.36, variabel *dummy* terjadinya Hari Raya Idul Fitri pada minggu ke-2, ke-3, dan ke-4 tidak signifikan dalam model. Selanjutnya akan dilakukan pengujian asumsi pada residual TSR. Pengujian independensi dilakukan dengan menggunakan pengujian Ljung-Box. Tabel 4.37 berikut merupakan hasil pengujian Ljung-Box pada residual TSR.

Tabel 4.37 Hasil Pengujian Ljung-Box pada Residual TSR

Lag	χ^2	<i>p-value</i>
12	105,04	0,00
24	117,56	0,00
36	120,17	0,00
48	181,60	0,00

Pada Tabel 4.37 *p-value* setiap *lag* kurang dari taraf signifikan yaitu sebesar 5%. Sehingga dapat dikatakan bahwa residual TSR belum memenuhi asumsi independen. Oleh karena itu, residual TSR perlu dimodelkan kembali menggunakan metode ARIMA dengan parameter TSR yang berbeda. Pemodelan ARIMAX kembali menghasilkan estimasi parameter yang disajikan oleh Tabel 4.38.

Tabel 4.38 Estimasi Parameter Pemodelan ARIMAX Air Terjual

Variabel	Estimasi	SE	<i>t</i>	<i>p-value</i>
ϕ_1	-0,478	0,099	-4,85	<,0001
Φ_1	-0,314	0,115	-2,74	0,0062
T_t	-47,8	39,4	-1,21	0,2253
$M_{1,t}$	7416,7	6634	1,12	0,2636
$M_{2,t}$	2093,3	6250,2	0,33	0,7377
$M_{3,t}$	8,2	6265,8	0,00	0,999
$M_{4,t}$	7184,2	6286,8	1,14	0,2531
$M_{5,t}$	1803,3	6295,3	0,29	0,7745
$M_{6,t}$	3204,6	6311,2	0,51	0,6116
$M_{7,t}$	101,9	6468,6	0,02	0,9874
$M_{8,t}$	-683,0	6803,9	-0,10	0,92
$M_{9,t}$	3738,9	7259,0	0,52	0,6065
$M_{10,t}$	11994,3	7927,1	1,51	0,1303
$M_{11,t}$	19426,6	7389,9	2,63	0,0086
$M_{12,t}$	-337,8	6615,4	-0,05	0,9593
$V_{1,t}$	19354,5	21415,0	0,90	0,3661
$V_{2,t}$	34893,0	12279,1	2,84	0,0045
$V_{3,t}$	16856,7	12481,5	1,35	0,1768
$V_{4,t}$	23570,1	14738,7	1,60	0,1098
$V_{1,t+1}$	-77565,9	20811,6	-3,73	0,0002
$V_{2,t+1}$	-85740,2	12357,3	-6,94	<,0001
$V_{3,t+1}$	-13601,1	12553,6	-1,08	0,2786
$V_{4,t+1}$	11289,3	15296,2	0,74	0,4605

Tabel 4.38 menunjukkan nilai-nilai parameter TSR maupun model ARIMA pada residual. Model ARIMA yang terbentuk

adalah ARIMA(1,1,0)(1,1,0)¹² yang telah memenuhi syarat signifikansi parameter. Signifikansi parameter ditunjukkan oleh *p-value* yang kurang dari taraf signifikan 5%. Kemudian dilakukan pengujian Ljung-Box untuk mengetahui asumsi *white noise* pada residual. Hasil pengujian *white noise* ditunjukkan oleh Tabel 4.39. Berdasar Tabel 4.39 model ARIMA(1,1,0)(1,1,0)¹² telah memenuhi asumsi *white noise*, hal ini ditunjukkan oleh *p-value* yang lebih dari taraf signifikan 5%.

Tabel 4.39 Pengujian *White Noise* pada Residual TSR ARIMA(0,1,1)(1,1,0)¹²

Model ARIMA	Lag	χ^2	<i>P-value</i>
(1,1,0)(1,1,0) ¹²	12	8,87	0,5441
	24	27,84	0,1809
	36	37,66	0,3054
	48	53,06	0,2205

Selain asumsi *white noise* pada residual, terdapat asumsi distribusi normal pada residual. Pada penelitian ini, pengujian distribusi normal pada residual menggunakan Kolmogorov-Smirnov. Pengujian Kolmogorov-Smirnov menghasilkan statistik uji D sebesar 0,069 dan *p-value* sebesar >0,150. Artinya, residual model ARIMA(1,1,0)(1,1,0)¹² telah memenuhi asumsi distribusi normal. Sehingga persamaan matematis untuk melakukan pemodelan menggunakan ARIMAX pada data air terjual adalah:

$$\begin{aligned}
 Z_t = & -47,8T_t + 7416,7 M_{1,t} + 2093,3 M_{2,t} + 8,2 M_{3,t} + 7184,2 M_{4,t} \\
 & + 1803,3 M_{5,t} + 3204,6 M_{6,t} + 101,9 M_{7,t} \\
 & - 683 M_{8,t} + 3738,9 M_{9,t} + 11994,3 M_{10,t} \\
 & + 19426,6 M_{11,t} - 337,8 M_{12,t} + 19354,5 V_{1,t} \\
 & + 34893 V_{2,t} + 16856,7 V_{3,t} + 23570,1 V_{4,t} \\
 & - 77565,9 V_{1,t+1} - 85740,2 V_{2,t+1} - 13601,1 V_{3,t+1} \\
 & + 11289,3 V_{4,t+1} \\
 & + \frac{1}{(1-B)(1-B^{12})(1+0,478B)(1+0,314B^{12})} a_t
 \end{aligned}$$

Model ARIMAX tersebut memiliki akurasi *in-sample* yaitu nilai MAPE sebesar 3,26% dan nilai RMSE sebesar 17.235,41.

Akurasi out-sample pada model ARIMAX ini yaitu MAPE 4,11% sebesar dan RMSE sebesar 27.507,83.

4.4 Perbandingan Akurasi Pemodelan

Metode Pemodelan yang telah dilakukan yaitu SSA-*Automatic* ARIMA, SSA-ARIMA, *Automatic* ARIMA, ARIMA, dan ARIMAX menghasilkan nilai akurasi yaitu MAPE dan RMSE. Berdasarkan nilai MAPE dan RMSE, hanya satu model saja yang digunakan dalam melakukan peramalan air terjual. Perbandingan kelima metode berdasarkan nilai MAPE disajikan pada Tabel 4.40.

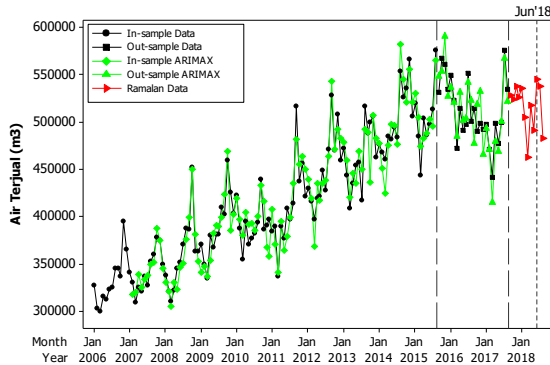
Tabel 4.40 Hasil Perbandingan Akurasi Kelima Metode

Metode	<i>In-sample</i>		<i>Out-sample</i>		Rasio
	MAPE	RMSE	MAPE	RMSE	
SSA- <i>Automatic</i> ARIMA	3,61	19,994	9,78	60,870	1
<i>Automatic</i> ARIMA	3,81	21,081	8,00	49,190	0,81
SSA-ARIMA	3,82	20,398	9,37	58,751	0,97
ARIMA	4,24	22,940	9,64	60,836	0,99
ARIMAX	3,26	17,235	4,11	27,508	0,45

Model terbaik yang digunakan dalam melakukan peramalan air terjual di PDAM Giri Tirta Sari Kabupaten Wonogiri periode September 2017 hingga Agustus 2018 adalah metode ARIMAX karena memiliki akurasi *out-sample* yaitu nilai MAPE dan nilai RMSE yang paling kecil. Metode ARIMAX 2,2 kali lebih baik digunakan daripada metode SSA-*Automatic* ARIMA untuk melakukan peramalan air terjual di PDAM Giri Tirta Sari Kabupaten Wonogiri.

Secara visual, hasil ramalan air terjual periode September 2017 hingga Agustus 2018 disajikan pada Gambar 4.26. Gambar 4.26 terdapat 3 area yang dipisahkan oleh garis putus-putus, area paling kiri yaitu area *in-sample*, area tengah adalah area *out-sample*, dan area paling kanan adalah area peramalan. Data aktual diwakili oleh garis berwarna hitam, hasil ramalan *in-sample* dan *out-sample* dengan metode ARIMAX diwakili oleh garis berwarna hijau dan hasil ramalan air terjual satu tahun berikutnya diwakili oleh garis berwarna merah. Model peramalan ARIMAX mengikuti

pola data sesungguhnya, hal ini dapat dilihat bahwa garis hijau mengikuti pola garis hitam.



Gambar 4.25 Plot Hasil Ramalan Air Terjual

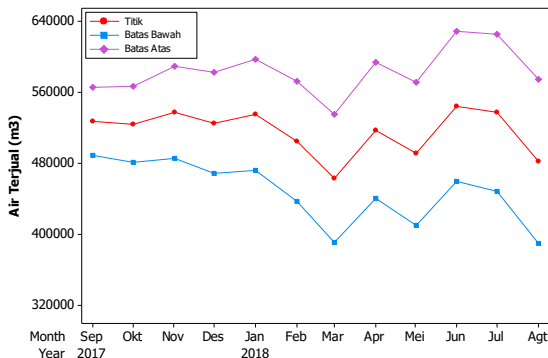
Peramalan air terjual periode September 2017 hingga Agustus 2017 disajikan dalam Tabel 4.41. Air terjual paling rendah terjadi di bulan Maret 2018. Bulan Juni 2018 terjadi peristiwa Hari Raya Idul Fitri pada minggu ke-2 sehingga pada bulan Juni 2018 terjadi kenaikan air terjual secara signifikan.

Tabel 4.41 Hasil Ramalan Air Terjual

Tahun	Bulan	Air Terjual (m ³)		
		Titik	Batas Bawah	Batas Atas
2017	September	527879	489491	566267
2017	Oktober	524128	481297	566960
2017	November	537810	486201	589420
2017	Desember	525911	469059	582763
2018	Januari	535305	472647	597964
2018	Februari	505237	437745	572730
2018	Maret	463232	391005	535458
2018	April	517916	441355	594478
2018	Mei	491379	410663	572094
2018	Juni	544955	460314	629596
2018	Juli	537642	449237	626046
2018	Agustus	482685	390677	574693

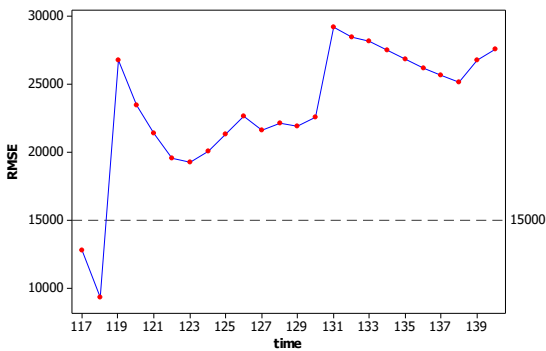
Hasil ramalan 12 periode ke depan disajikan pada Gambar 4.26. Garis berwarna ungu mewakili batas atas ramalan, garis

berwarna biru mewakili batas bawah ramalan, dan garis berwarna merah mewakili ramalan titik.



Gambar 4.26 Plot Ramalan 12 Periode Air Terjual

Model peramalan ini baik digunakan untuk peramalan 2 periode ke depan dengan *error* air terjual dibawah 15.000 m³. Hal ini ditunjukkan oleh Gambar 4.27.



Gambar 4.27 Stabilitas *Error* Model Peramalan ARIMAX

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan analisis yang telah dilakukan, maka diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

1. Berdasar studi simulasi, peramalan model hibrida SSA-*Automatic* ARIMA secara agregat menghasilkan akurasi yang lebih baik daripada secara individu. Hal ini dapat dilihat pada akurasi *out-sample* dengan kriteria RMSE dan MAPE secara agregat yang selalu lebih kecil dari akurasi secara individu. Dekomposisi SSA baik digunakan pada data yang hanya mengandung komponen *trend*, musiman, dan *noise* saja. Hal ini ditunjukkan oleh akurasi RMSE *in-sample* skenario 1 yang bernilai di sekitar 1 sesuai dengan data simulasi yang dibangkitkan. SSA memberikan hasil yang kurang baik pada data yang mengandung variasi kalender seperti pada skenario 2. SSA tidak dapat menangkap pola variasi kalender dengan baik, karena pola variasi kalender akan masuk ke dalam pola musiman. Ketidakefektifan dekomposisi SSA untuk data yang mengandung variasi kalender ditunjukkan dengan nilai akurasi RMSE *in-sample* yang lebih besar yaitu bernilai 4 hingga 6 dari nilai sesungguhnya sebesar 1.
2. Pemodelan SSA-*Automatic* ARIMA pada data air terjual PDAM Wonogiri dilakukan menggunakan *trend analysis* pada komponen *trend*. Pemodelan SSA-*Automatic* ARIMA pada data air terjual menggunakan *trend analysis* menghasilkan akurasi *out-sample* yaitu MAPE sebesar 9,78% dan RMSE sebesar 60.870.
3. Data air terjual mengandung pola *trend*, musiman, variasi kalender, dan *noise*. Berdasar kajian simulasi, SSA hanya mampu mendekomposisi pola *trend*, musiman, dan *noise* saja, sedangkan pola variasi kalender dapat ditangkap oleh metode ARIMAX. Sehingga, metode yang menghasilkan akurasi paling baik yaitu metode ARIMAX untuk peramalan air terjual di PDAM Giri Tirta Sari Kabupaten Wonogiri. Akurasi

RMSE *out-sample* metode ARIMAX sebesar 27.507,8 dan MAPE sebesar 4,11%. Metode ARIMAX 2,2 kali lebih baik digunakan daripada metode SSA-*Automatic* ARIMA.

4. Hasil peramalan untuk 12 periode selanjutnya menunjukkan bahwa bulan yang diperkirakan air terjual di PDAM Giri Tirta Sari Kabupaten Wonogiri paling rendah terjadi di bulan Maret 2018 karena hanya terdapat 28-29 hari perhitungan pemakaian air terjual. Pada bulan Juni 2018 akan terjadi permintaan air yang meningkat signifikan karena terjadi Hari Raya Idul Fitri pada minggu kedua bulan Juni.

5.2 Saran

Berdasarkan analisis yang telah dilakukan, diberikan dua saran untuk penelitian selanjutnya.

1. Pemodelan komponen hasil dekomposisi SSA lebih baik menggunakan metode yang sesuai dengan pola data. Misalnya pada komponen *trend*, dilakukan pemodelan menggunakan *trend analysis*. Pada komponen musiman dapat digunakan *time series regression*. Begitu pula untuk komponen *noise*, sehingga tidak harus digunakan satu metode peramalan untuk setiap komponen.
2. Deteksi *outlier* dapat dilakukan untuk mengatasi asumsi distribusi normal yang tidak terpenuhi, sehingga akan menghasilkan akurasi yang lebih baik.

Saran yang dapat diberikan bagi perusahaan yaitu hasil peramalan metode ARIMAX dapat digunakan sebagai dasar pertimbangan dalam memproduksi air bersih agar air bersih yang diproduksi optimal. Pada bulan Idul Fitri disediakan air dalam jumlah banyak karena pada bulan Idul Fitri air yang dibutuhkan masyarakat akan lebih banyak pula.

DAFTAR PUSTAKA

- Anonim. (2017). Mudik Gratis Pemkab Wonogiri Sediakan 40 Bis Bagi Warganya yang Akan Mudik: tersedia di <http://mudikgratis.com/mudik-gratis-pemkab-wonogiri/> diakses kembali pada 20 November 2017.
- Asfihani, M. A. (2017). *Peramalan Volume Pemakaian Air di PDAM Kota Surabaya dengan Menggunakan Metode Time Series. Tugas Akhir*. Statistika ITS.
- Boubaker, S. (2017). Identification of Monthly Municipal Water Demand System Based on Autoregressive Integrated Moving Average Model Tuned by Particle Swarm Optimization. *Journal of Hydroinformatics*, 1-21.
- Dahuri, R; Rais, Jacob; Ginting, Saputra Putra; Sitepu, M J. (2001). *Pengelolaan Sumber Daya Wilayah Pesisir dan Lautan Secara Terpadu*. Jakarta: PT. Pradnya Paramita.
- Daniel, W. W. (1989). *Statistik Non Parametrik Terapan*. (Alex Tri K., Trans.) Jakarta: PT. Gramedia.
- Darmawan, G., Hendrawan, T., & Arisanti, R. (2015). Model Auto Singular Spectrum untuk Meramalkan Kejadian Banjir di Bandung dan Sekitarnya. Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika UNY.
- Ditjen Cipta Karya. (2007). Satu Orang Indonesia Konsumsi Air Rata-rata 144 Liter per Hari: tersedia di <http://ciptakarya.pu.go.id/v3/news.php?id=101> diakses kembali pada 10 Januari 2018.
- Dwijosaputro. (1981). *Dasar-Dasar Mikrobiologi*. Jakarta: Djambatan.
- Ete, A. A., Suharsono, A., & Suhartono. (2017). *Peramalan Jumlah Kedatangan Wisatawan Mancanegara ke Indonesia menurut Pintu Masuk Menggunakan Singular*

- Spectrum Analysis dan ARIMA. Tesis.* Statistika ITS.
- Golyandina, N., & Zhigljavsky, A. A. (2013). *Singular Spectrum Analysis*. New York: Springer.
- Golyandina, N., Nekrutkin, V., & Zhigljavsky, A. A. (2001). *Analysis of Time Series Structure: SSA and Related Technique*. London: Chapman & Hall/CRC.
- Gujarati, D. N. (2004). *Basic Econometrics*. The McGraw-Hill Companies.
- Hassani, H. (2007). *Singular Spectrum Analysis: Methodology and Comparison*, 239-257.
- Hassani, H., Webster, A., Silva, E. S., & Heravi, S. (2015). Forecasting U.S. Tourist Arrivals Using Optimal Singular Spectrum Analysis. *Tourism Management*, 322-335.
- Hyndman, R. J., & Khandakar, Y. (2008). Automatic Time Series Forecasting: The Forecast Package for R. *Journal of Statistical Software*, 27(3), 1-22.
- Kostenko, A. V., & Hyndman, R. J. (2008). Forecasting without Significance Test?.
- Lee, M. H., Suhartono, & Hamzah, N. A. (2010). Calendar Variation Model Based on ARIMAX for Forecasting Sales Data with Ramadhan Effect. *Regional Conference on Statistical Science*, 349-361.
- Li, H., Cui, L., & Guo, S. (2014). A Hybrid Short-Term Power Load Forecasting Model Based on the Singular Spectrum Analysis and Autoregressive Model. Hindawi.
- Lopes, R. F., Costa, F. F., & Lima, A. (2015). Industry Energy Demand Forecast in Real Time via Singular Spectrum Analysis. *Przegląd Elektrotechniczny*, 21-25.

- Makridakis, S., Wheelwright, S. C., & McGree, V. E. (1999). *Metode dan Aplikasi Peramalan*. (Untung S. A., Trans.) Jakarta: Erlangga.
- Nurina, D. L., & Irhamah. (2013). *Peramalan Volume Pemakaian Air Sektor Rumah Tangga di Kabupaten Gresik dengan Menggunakan Fungsi Transfer. Tugas Akhir*. Statistika ITS.
- Pradhani, F. A., & Mukarromah, A. (2014). *Peramalan Produksi Air Bersih di PDAM Kabupaten Bojonegoro Berdasarkan Jumlah Pelanggan dan Volume Konsumsi Air. Tugas Akhir*. Statistika ITS.
- Purwanto, C. (2009). *Kajian Kadaster Dasar Laut di Indonesia (Studi Kasus Daerah Perairan Teluk Jakarta)*. Bandung: Program Magister Teknik Geodesi dan Geomatika ITB.
- Rofik, M. Z. (2017). *Peramalan Pemakaian Air Bersih di PDAM Sumber Pocong Kabupaten Bangkalan. Tugas Akhir*. Statistika ITS.
- Siregar, R. S., Prariesa, D., & Darmawan, G. (2017). Aplikasi Metode Singular Spectrum Analysis (SSA) dalam Peramalan Pertumbuhan Ekonomi Indonesia Tahun 2017. *Jurnal Matematika "Mantik"*, 3, 5-12.
- Wei, W. W. (2006). *Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods*. New York: Pearson Education, Inc.
- WWF. (2012). *Air Bersih dan Kehidupan Manusia*. Tersedia di <http://www.wwf.or.id/?26120/Air-Bersih-dan-Kehidupan-Manusia> diakses kembali pada 7 September 2017.
- Zhang, Q., Wang, B.-D., He, B., Peng, Y., & Ren, M.-L. (2011). Singular Spectrum Analysis and ARIMA Hybrid Model for Annual Runoff Forecasting. *Water Resour Manage*, 2683-2703.

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Air Terjual

Bulan	Jumlah Air Terjual (m3)	Bulan	Jumlah Air Terjual (m3)
Jan-06	327176	Nov-11	456247
Feb-06	302591	Des-11	421606
Mar-06	299404	Jan-12	429705
Apr-06	315730	Feb-12	416683
Mei-06	312337	Mar-12	397187
Jun-06	323416	Apr-12	419714
Jul-06	324969	Mei-12	421761
Agu-06	345559	Jun-12	448515
Sep-06	345780	Jul-12	427935
Okt-06	336731	Agu-12	470817
Nov-06	394902	Sep-12	528021
Des-06	365650	Okt-12	469995
Jan-07	341596	Nov-12	508340
⋮	⋮	⋮	⋮
Nov-10	391327	Sep-16	514683
Des-10	397200	Okt-16	489773
Jan-11	384367	Nov-16	498840
Feb-11	390042	Des-16	491908
Mar-11	336407	Jan-17	497920
Apr-11	389622	Feb-17	471003
Mei-11	376627	Mar-17	441312
Jun-11	409124	Apr-17	498324
Jul-11	397345	Mei-17	477212
Agu-11	414558	Jun-17	499734
Sep-11	516325	Jul-17	576277
Okt-11	436866	Agu-17	534623

Lampiran 2. Syntax Program R SSA-Automatic ARIMA

```
#dekomposisi SSA
library(Rssa)
data<-read.csv("D:/kuliah/TUGAS AKHIR/DO IT/air
terjual.csv",sep=";",head=TRUE)
data1<-data[1:116,1]
Yt<-ts(data1,freq=12)
s1<-ssa(Yt)
s1
plot(s1)
plot(s1, type = "series", groups = as.list(1:3),ylim=c(ylim=c(-20000,600000)))
parestimate(s1, groups=list(2:3), method = "esprit")
r <- reconstruct(s1, groups = list(Trend = c(1), Seasonality = c(2:3)))
trend <- r$Trend
trend
plot(trend,ylim=c(-20000,600000))
seasonality <- r$Seasonality
seasonality
plot(seasonality,ylim=c(-20000,600000))
noise <- residuals(r)
noise
plot(noise,ylim=c(-20000,600000))

#peramalan AUTOMATIC ARIMA
summary(auto.arima(trend,seasonal=FALSE))
forecast(auto.arima(trend,seasonal=FALSE),h=24)
summary(auto.arima(seasonality,seasonal=TRUE))
forecast(auto.arima(seasonality,seasonal=TRUE),h=24)
summary(auto.arima(noise))
forecast(auto.arima(noise),h=24)
```

Lampiran 3 *Syntax Program R Automatic ARIMA*

```
library(forecast)
data<-read.csv("D:/kuliah/TUGAS AKHIR/DO IT/air
terjual.csv",sep=";",head=TRUE)
Yt<-ts(data,freq=12)
summary(auto.arima(Yt,seasonal=TRUE))
forecast(auto.arima(Yt,seasonal=TRUE),h=24)
```

Lampiran 4. *Syntax Program SAS Komponen Trend*

```
data air;
input x;
datalines;
321646.7
322651.3
323840
325063.9
326050.4
326929.2
327800.4
328700.5
329597.3
:
506871.6
508715.5
510904.1
512979
515160.3
517491.4
520780.8
;
proc arima data=air;
    identify var=x(1,2) nlag=48;
    estimate p=(1) q=(1,6,12) noconstant method=ml;
    forecast out=ramalan lead=24 printall;
run;
```

Lampiran 5. *Syntax* Program SAS Komponen Musiman

```
data air;
input x;
datalines;
1238.592
-10786.102
-18939.008
-21572.242
-18525.593
-10011.162
1600.025
:
-23735.784
-33559.367
-33561.226
-24361.69
-8019.599
11304.165
30833.489
;
proc arima data=air;
    identify var=x(12) nlag=48;
    estimate p=(1,2,4) q=(0) noconstant method=ml;
    forecast out=ramalan lead=24 printall;
run;
```

Lampiran 6. *Syntax Program SAS Komponen Noise*

```
data air;
input x;
datalines;
4290.676
-9274.225
-5496.983
12238.361
4812.2
6497.978
-4431.466
3694.491
:
40033.625
-7191.651
22816.225
1935.148
-31286.132
26610.141
-2993.29
-9044.745
-15665.518
24037.702
;
proc arima data=air;
    identify var=x(0) nlag=48;
    estimate p=(3,10,11,12) q=(12) noconstant method=ml;
    forecast out=ramalan lead=24 printall;
run;
```


Lampiran 7. Syntax Program SAS ARIMA

```
data air;
input x;
datalines;
327176
302591
299404
315730
312337
323416
324969
345559
:
443870
503953
485624
498096
513130
575652
;
proc arima data=air;
    identify var=x(1) nlag=48;
    estimate p=(1,22)(12) q=(0) noconstant method=ml;
    forecast out=ramalan lead=24 printall;
run;
```

Lampiran 8. *Syntax* Program SAS ARIMAX

```

data air;
  input y t M1 M2 M3 M4 M5 M6 M7 M8 M9 M10 M11 M12 v1 v2 v3 v4 v11 v22 v33 v44;
datalines;
327176 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0
302591 2 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0
299404 3 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0
:
. 137 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0
. 138 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0
0 0
. 139 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 1
. 140 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0
;

proc arima data = air;
  identify var=y(1,12) crosscorr=(t M1 M2 M3 M4 M5 M6 M7 M8 M9 M10 M11 M12 v1
v2 v3 v4 v11 v22 v33 v4) nlag=36;
  run;

  estimate p=(0)(12) q=(1) input=(t M1 M2 M3 M4 M5 M6 M7 M8 M9 M10 M11 M12 v1
v2 v3 v4 v11 v22 v33 v4) noconstant method=ml;
  forecast out = air lead=24 printall;
  run;

```

Lampiran 9. Simulasi SSA-Automatic ARIMA

1. Skenario 1

a. Replikasi 1

9.i. Output Komponen *Trend*

```

Series: trend
ARIMA(1,1,2) with drift

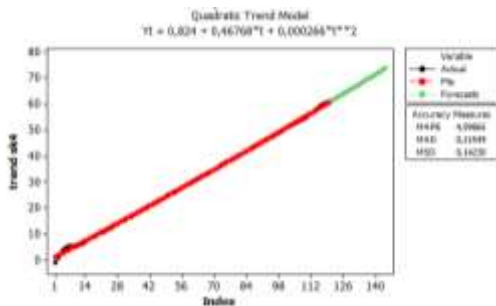
Coefficients:
      ar1      ma1      ma2      drift
s.e.  0.9541  1.4453  0.7375  0.5951
      s.e.  0.0391  0.0874  0.0811  0.1846

sigma^2 estimated as 0.001113:  log likelihood=234.12
AIC=-458.24  AICc=-457.71  BIC=-444.35

Training set error measures:
Training set  ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE
Training set 0.1072894  0.03266132  0.02025045  0.04070844  0.3305862  0.003376035
Training set  ACF1
Training set  0.1072894

```

9.ii. Output *Trend Analysis* Komponen *Trend*



9.iii. Output Komponen Musiman

```

Series: seasonality
ARIMA(0,1,0)(1,1,0)[12]

Coefficients:
      sar1
0.4352
s.e.  0.2053

sigma^2 estimated as 0.02557:  log likelihood=43.57
AIC=-83.14  AICc=-83.02  BIC=-77.79

Training set error measures:
Training set  ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE
Training set -0.001721851  0.1502964  0.06911874  -15.48844  21.24319
0.2347307  0.7414404

```

Lampiran 9. Simulasi SSA-Automatic ARIMA (Lanjutan)

9.iv. Output Komponen *Noise*

```
Series: noise
ARIMA(0,0,1) with zero mean

Coefficients:
      ma1
    -0.2214
s.e.    0.0880

sigma^2 estimated as 0.7526:  log likelihood=-152.74
AIC=309.49  AICC=309.59  BIC=315.06

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE
ACF1
Training set 0.001513677 0.8639158 0.695458 116.554 303.868 0.6778918 -
0.005036326
```

9.v. Output *Eigentruple 1*

```
Series: a
ARIMA(1,2,1)

Coefficients:
      ar1      ma1
    0.4175  0.6658
s.e.    0.1091  0.0905

sigma^2 estimated as 0.0001242:  log likelihood=364.11
AIC=-722.22  AICC=-722.01  BIC=-713.91

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE
MASE
Training set 0.001374024 0.01095875 0.005189051 0.003816397 0.01846014
0.0009286115
      ACF1
Training set -0.03928123
```

9.vi. Output *Eigentruple 2*

```
Series: b
ARIMA(1,2,4)(1,1,0)[12]

Coefficients:
      ar1      ma1      ma2      ma3      ma4      sar1
    0.7487  1.3380  1.074  0.8639  0.3759  -0.3852
s.e.    0.0950  0.1125  0.175  0.1491  0.1008  0.1069

sigma^2 estimated as 0.0002547:  log likelihood=284.8
AIC=-555.6  AICC=-554.46  BIC=-536.96

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE
MASE      ACF1
Training set 0.0005123201 0.01456957 0.008994012 0.4204604 1.01091
0.02470295 0.03580989
```

Lampiran 9. Simulasi SSA-Automatic ARIMA (Lanjutan)

9.vii. Output *Eigentruple 3*

```
Series: c
ARIMA(0,0,0)(1,1,0)[12]

Coefficients:
      sar1
    0.5085
s.e.    0.1872

sigma^2 estimated as 0.3117: log likelihood=-91.58
AIC=187.17  AICc=187.28  BIC=192.53

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE
ACF1
Training set 0.0501786 0.5271711 0.2138238 -7.570696 32.50877 0.9137803
0.681914
```

9.viii. Output *Eigentruple 4*

```
Series: d
ARIMA(3,2,0)

Coefficients:
      ar1      ar2      ar3
    1.3244  -0.2148  -0.4212
s.e.   0.0891   0.1602   0.0921

sigma^2 estimated as 0.0004351: log likelihood=287.86
AIC=-567.71  AICc=-567.36  BIC=-556.63

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE
MASE
Training set -0.002328109 0.0204205 0.01152369 0.08040406 0.8951845
0.008378958
ACF1
Training set -0.184612
```

Lampiran 9 Simulasi SSA-Automatic ARIMA (Lanjutan)

9.ix. Output Data Hasil Dekomposisi SSA

No	Trend	Musiman	Noise	PC1	PC2	PC3	PC4
1	-0,964	4,717	0,093	8,711	0,688	4,030	-9,676
2	0,666	6,502	-0,421	8,997	1,523	4,978	-8,330
3	2,205	6,634	0,360	9,295	1,677	4,956	-7,090
4	3,462	4,929	-0,145	9,596	1,055	3,874	-6,133
5	4,398	1,745	-0,265	9,899	-0,215	1,960	-5,500
6	5,005	-2,174	1,632	10,194	-1,816	-0,358	-5,190
7	5,277	-5,855	-0,496	10,479	-3,316	-2,539	-5,202
:	:	:	:	:	:	:	:
115	58,540	-4,849	-0,157	60,901	-2,757	-2,092	-2,361
116	59,239	-7,871	-0,158	61,436	-5,116	-2,755	-2,196
117	59,841	-9,076	-0,117	61,980	-6,681	-2,395	-2,139
118	60,303	-8,127	-0,937	62,553	-7,146	-0,980	-2,250
119	60,665	-5,220	0,450	63,198	-6,467	1,246	-2,532
120	60,931	-1,096	1,465	63,914	-4,890	3,794	-2,983

b. Replikasi 2

9.x. Output Komponen *Trend*

```

Series: trend
ARIMA(1,1,4) with drift

Coefficients:
      ar1      ma1      ma2      ma3      ma4      drift
s.e.  0.8477  1.9309  2.1998  1.7188  0.7344  0.5530
      0.0593  0.0861  0.1404  0.1409  0.0836  0.0879

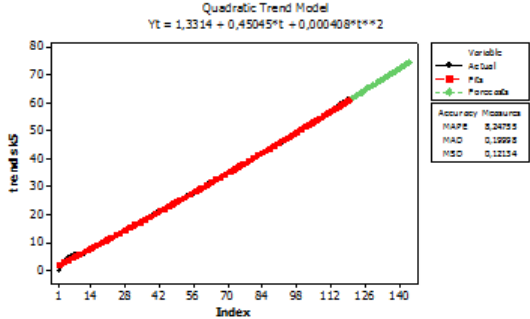
sigma^2 estimated as 0.000432:  log likelihood=289.72
AIC=-565.44  AICC=-564.43  BIC=-545.99

Training set error measures:
              ME              RMSE              MAE              MPE              MAPE
MASE
Training set -0.001688822  0.02016938  0.01380877  0.01914241  0.1443606
0.0022995
              ACF1
Training set -0.1355724

```

Lampiran 9. Simulasi SSA-Automatic ARIMA (Lanjutan)

9.xi. Output Trend Analysis Komponen Trend



9.xii. Output Komponen Musiman

```
Series: seasonality
ARIMA(0,1,0)(1,1,0)[12]

Coefficients:
    sar1
    0.5933
s.e.    0.1417

sigma^2 estimated as 0.02652:  log likelihood=40.27
AIC=-76.54  AICC=-76.43  BIC=-71.2

Training set error measures:
                ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE
ACF1
Training set -0.008229007  0.1530641  0.074719  -2.734257  6.800775  0.2436036
0.7555442
```

9.xiii. Output Komponen Noise

```
Series: noise
ARIMA(0,0,2) with zero mean

Coefficients:
    ma1      ma2
    -0.2424  -0.2400
s.e.    0.0876  0.0865

sigma^2 estimated as 0.8132:  log likelihood=-156.97
AIC=319.95  AICC=320.15  BIC=328.31

Training set error measures:
                ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE
MASE
Training set -0.0008186387  0.8942481  0.7242523  93.86821  131.0307
0.6266809
ACF1
Training set 0.007613267
```

Lampiran 9. Simulasi SSA-Automatic ARIMA (Lanjutan)

9.xiv. Output Eigentriple 1

```
Series: a
ARIMA(1,2,1)

Coefficients:
      ar1      ma1
s.e.  0.1952  0.7375
      s.e.  0.1099  0.0752

sigma^2 estimated as 0.0001074: log likelihood=372.91
AIC=-739.81 AICC=-739.6 BIC=-731.5

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE
MASE
Training set 0.001371143 0.0101876 0.005078088 0.004455911 0.01801775
0.0009027704
      ACF1
Training set -0.03712987
```

9.xv. Output Eigentriple 2

```
Series: b
ARIMA(3,2,1)(1,1,0)[12]

Coefficients:
      ar1      ar2      ar3      ma1      sar1
s.e.  1.1196  0.1372 -0.6044  0.8163 -0.4564
      s.e.  0.1780  0.3155  0.1792  0.1393  0.0954

sigma^2 estimated as 0.0001889: log likelihood=299.4
AIC=-586.8 AICC=-585.95 BIC=-570.82

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE
MASE
Training set -0.0009700964 0.01261019 0.00781525 -1.213664 2.269411
0.02315555
      ACF1
Training set -0.1456148
```

9.xvi. Output Eigentriple 3

```
Series: c
ARIMA(0,0,0)(1,1,0)[12]

Coefficients:
      sar1
s.e.  0.5629
      s.e.  0.1638

sigma^2 estimated as 0.217: log likelihood=-72.52
AIC=149.03 AICC=149.15 BIC=154.4

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE
ACF1
Training set 0.04267643 0.4398437 0.1827197 -2.606415 20.91793 0.7746246
0.6801431
```


Lampiran 9. Simulasi SSA-Automatic ARIMA (Lanjutan)

9.xvii. Output Eigentriple 4

```
Series: d
ARIMA(3,2,1)

Coefficients:
      ar1      ar2      ar3      ma1
2.3226 -1.9344 0.5228 -0.8544
s.e. 0.1467 0.2609 0.1445 0.1038

sigma^2 estimated as 0.0003302: log likelihood=304.17
AIC=-598.33 AICc=-597.8 BIC=-584.48

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE
MASE      ACF1
Training set -0.00356789 0.0177126 0.01169779 1.215457 2.44489
0.008798607 -0.04159282
```

9.xviii. Output Data Hasil Dekomposisi SSA

No	Trend	Musiman	Noise	PC1	PC2	PC3	PC4
1	-0,284	5,094	0,153	8,774	0,987	4,107	-9,058
2	1,267	6,829	-0,175	9,063	1,807	5,022	-7,796
3	2,702	6,816	0,375	9,368	1,891	4,925	-6,666
4	3,877	4,903	0,928	9,675	1,148	3,756	-5,798
5	4,709	1,494	0,400	9,980	-0,253	1,747	-5,271
6	5,221	-2,577	-0,594	10,282	-1,955	-0,622	-5,060
7	5,494	-6,294	-0,833	10,574	-3,506	-2,788	-5,079
8	5,618	-8,713	-0,477	10,851	-4,476	-4,237	-5,233
:	:	:	:	:	:	:	:
113	57,430	3,024	-1,010	60,175	2,104	0,919	-2,745
114	58,207	-0,521	0,324	60,795	0,004	-0,525	-2,589
115	58,976	-4,159	1,681	61,390	-2,379	-1,781	-2,414
116	59,672	-6,988	-0,209	61,950	-4,539	-2,449	-2,277
117	60,279	-8,244	-1,166	62,509	-6,010	-2,234	-2,230
118	60,772	-7,550	0,787	63,110	-6,490	-1,060	-2,337
119	61,063	-5,131	-0,176	63,724	-5,941	0,809	-2,661
120	61,189	-1,617	-0,911	64,356	-4,584	2,967	-3,167

Lampiran 9. Simulasi SSA-Automatic ARIMA (Lanjutan)

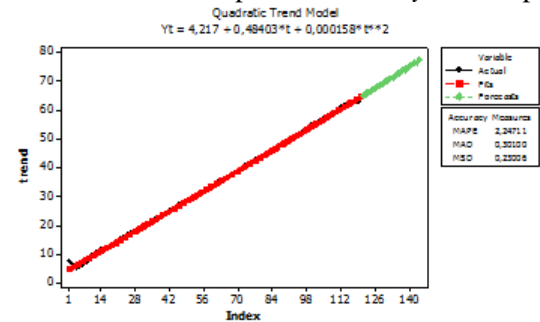
2. Skenario 2

a. Replikasi 1

9.xix. Output Komponen Trend

Series: trend					
ARIMA(3,1,1) with drift					
Coefficients:					
	ar1	ar2	ar3	ma1	drift
s.e.	0.8358	-0.8789	0.6029	0.7972	0.4707
	0.0937	0.0878	0.1115	0.0950	0.0582
sigma^2 estimated as 0.02568: log likelihood=49					
AIC=-86.01 AICc=-85.26 BIC=-69.33					
Training set error measures:					
	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE
MASE					
Training set	0.004912009	0.1561974	0.09198385	-0.05951515	0.5561554
0.01522619					
	ACF1				
Training set	0.05588806				

9.xx. Output Trend Analysis Komponen Trend



Lampiran 9. Simulasi SSA-Automatic ARIMA (Lanjutan)

9.xxi. Output Komponen Musiman

```
Series: seasonality
ARIMA(2,0,1)(2,1,1)[12]

Coefficients:
      ar1      ar2      ma1      sar1      sar2      sma1
s.e.  0.1608   0.1026   0.0817   0.1260   0.0853   0.2813

sigma^2 estimated as 0.2701: log likelihood=-105.85
AIC=225.7   AICC=226.82   BIC=244.47

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE
ACF1
Training set 0.00685349 0.4791484 0.3639097 -7.165046 38.80807 0.1639043
-0.03240134
```

9.xxii. Output Komponen Noise

```
Series: noise
ARIMA(0,0,0) with zero mean

sigma^2 estimated as 16.04: log likelihood=-336.76
AIC=675.53   AICC=675.56   BIC=678.31

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE MPE MAPE      MASE      ACF1
Training set -0.02085114 4.004496 3.109851 100 100 0.9211025 0.07094245
```

9.xxiii. Output Eigentriple 1

```
Series: PC1
ARIMA(2,2,1)

Coefficients:
      ar1      ar2      ma1
s.e.  0.8311  -0.6486  -0.4551
s.e.  0.1648   0.0771   0.1998

sigma^2 estimated as 0.001079: log likelihood=236.75
AIC=-465.49   AICC=-465.14   BIC=-454.41

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE
MASE
Training set 0.003236256 0.03215665 0.01563144 0.01213729 0.04073359
0.002728478
ACF1
Training set 0.009543216
```

Lampiran 9. Simulasi SSA-Automatic ARIMA (Lanjutan)

9.xxiv. Output Eigentriple 2

```
Series: PC2
ARIMA(1,0,0)(2,1,0) [12]

Coefficients:
      ar1      sar1      sar2
s.e.  0.8048  1.5380 -0.7659
      0.1060  0.0643  0.0648

sigma^2 estimated as 0.08674: log likelihood=-39.46
AIC=86.93  AICc=87.31  BIC=97.65

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE
Training set 0.001383421 0.2754931 0.1837107 -16.37727 31.38344
0.2176335 0.3395977
```

9.xxv. Output Eigentriple 3

```
Series: PC3
ARIMA(1,0,0)(1,1,1) [12]

Coefficients:
      ar1      sar1      sma1
s.e.  0.7370  0.8806  0.7376
      0.1025  0.0421  0.1096

sigma^2 estimated as 0.1363: log likelihood=-64.21
AIC=136.42  AICc=136.8  BIC=147.14

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE
ACF1
Training set 0.01832442 0.3453803 0.2533057 -1.584584 32.95282 0.2641578
0.3760876
```

9.xxvi. Output Eigentriple 4

```
Series: PC4
ARIMA(2,1,3)(0,1,0) [12]

Coefficients:
      ar1      ar2      ma1      ma2      ma3
s.e.  -0.0701 -0.9793  1.1989 -0.0735 -0.4266
      0.0301  0.0174  0.1305  0.2337  0.1325

sigma^2 estimated as 0.05413: log likelihood=0.67
AIC=10.66  AICc=11.5  BIC=26.7

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE
ACF1
Training set -0.03145864 0.2144956 0.1138878 -5.47312 13.62238 0.121582
-0.1979262
```

Lampiran 9. Simulasi SSA-Automatic ARIMA (Lanjutan)

9.xxvii. Output *Eigentruple 5*

```
Series: PC5
ARIMA(0,0,0)(1,1,0)[12]

Coefficients:
      sar1
      0.7768
s.e.      0.0575

sigma^2 estimated as 0.4518: log likelihood=-115.39
AIC=234.78  AICC=234.89  BIC=240.14

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE
MASE      ACF1
Training set -0.006512582 0.6347182 0.5104925 63.41757 167.2297
0.5516525 -0.09078385
```

9.xxviii. Output *Eigentruple 6*

```
Series: PC6
ARIMA(2,2,2)

Coefficients:
      ar1      ar2      ma1      ma2
      -0.0111 -0.8952  1.0447  0.2159
s.e.      0.0618  0.0490  0.1435  0.1308

sigma^2 estimated as 0.01783: log likelihood=69.36
AIC=-128.73  AICC=-128.19  BIC=-114.87

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE
MASE      ACF1
Training set 0.01069153 0.1301589 0.07687367 35.60277 45.61937
0.05687432 -0.01491022
```

9.xxix. Output *Eigentruple 7*

```
Series: PC7
ARIMA(1,0,0)(2,1,1)[12]

Coefficients:
      ar1      sar1      sar2      sma1
      0.9102  1.1413  -0.7739  0.5627
s.e.      0.0652  0.0725  0.0646  0.1801

sigma^2 estimated as 0.07513: log likelihood=-36.89
AIC=83.77  AICC=84.36  BIC=97.18

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE
ACF1
Training set 0.006129577 0.2551702 0.162823 -157.1955 297.3489 0.3524298
0.02671201
```

Lampiran 9. Simulasi SSA-Automatic ARIMA (Lanjutan)

9.xxx. Output Eigentriple 8

```
Series: PC8
ARIMA(1,0,0)(1,1,0)[12]

Coefficients:
      ar1      sar1
    -0.5940  0.6360
s.e.   0.0814  0.0753

sigma^2 estimated as 0.3593:  log likelihood=-100.3
AIC=206.6   AICC=206.83   BIC=214.64

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE
ACF1
Training set 0.007675457 0.5634039 0.4672615 68.30824 172.0753 0.5636098
-0.5382416
```

b. Replikasi 2

9.xxxi. Output Komponen Trend

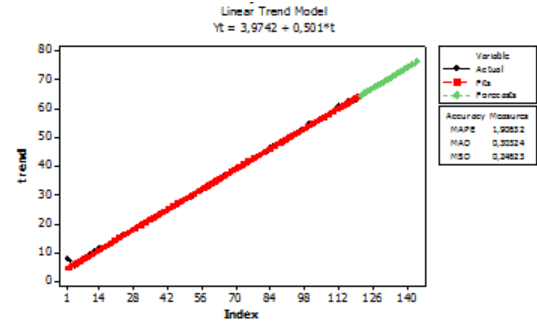
```
Series: trend
ARIMA(3,1,1) with drift

Coefficients:
      ar1      ar2      ar3      ma1      drift
    0.8026 -0.9207  0.6502  0.8338  0.4704
s.e.   0.0897  0.0701  0.1043  0.0893  0.0527

sigma^2 estimated as 0.02304:  log likelihood=54.98
AIC=-97.96   AICC=-97.21   BIC=-81.29

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE
MASE      ACF1
Training set 0.004299582 0.1479314 0.08330222 -0.06980251 0.510369
0.01394184 0.07401366
```

9.xxii. Output Trend Analysis Komponen Trend



Lampiran 9. Simulasi SSA-Automatic ARIMA (Lanjutan)

9.xxxiii. Output Komponen Musiman

```
Series: seasonality
ARIMA(0,0,1)(1,1,0)[12]

Coefficients:
      ma1      sar1
    -0.8182  0.8678
s.e.    0.0409  0.0407

sigma^2 estimated as 2.394:  log likelihood=-208.24
AIC=422.49  AICC=422.72  BIC=430.53

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE
ACF1
Training set -0.08914449  1.454266  1.047654 -15.56592  75.53332  0.4320665
0.150446
```

9.xxxiv. Output Komponen Noise

```
Series: noise
ARIMA(0,0,1) with zero mean

Coefficients:
      ma1
    0.2208
s.e.    0.0921

sigma^2 estimated as 17.64:  log likelihood=-342.02
AIC=688.04  AICC=688.14  BIC=693.61

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE
ACF1
Training set 0.04476116  4.182961  3.145428  90.07221  127.041  0.9348051 -
0.005084029
```

9.xxxv. Output Eigentriple 1

```
Series: PC1
ARIMA(2,2,1)

Coefficients:
      ar1      ar2      ma1
    0.8419 -0.6460 -0.4381
s.e.    0.1721  0.0784  0.2076

sigma^2 estimated as 0.00104:  log likelihood=238.94
AIC=-469.89  AICC=-469.53  BIC=-458.81

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE
MASE
Training set 0.003087457  0.03156697  0.01498999  0.01190613  0.03895352
0.002619315
      ACF1
Training set 0.007388619
```

Lampiran 9. Simulasi SSA-Automatic ARIMA (Lanjutan)

9.xxxvi. Output *Eigentruple 2*

```
Series: PC2
ARIMA(3,0,3)(0,1,0) [12]

Coefficients:
      ar1      ar2      ar3      ma1      ma2      ma3
s.e.  1.3656 -1.3789  0.4459  2.0270  1.6035  0.5263
      0.1835  0.1728  0.1805  0.1327  0.2402  0.1451

sigma^2 estimated as 0.006987: log likelihood=109.45
AIC=-204.9  AICc=-203.78  BIC=-186.12

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE
MASE
Training set -0.0005661878  0.07706659  0.04749247 -3.517658  5.421552
0.05546031
      ACF1
Training set -0.3478617
```

9.xxxvii. Output *Eigentruple 3*

```
Series: PC3
ARIMA(1,0,0)(1,1,2) [12]

Coefficients:
      ar1      sar1      sma1      sma2
s.e.  0.7909  0.8618  0.5963  0.7354
      0.0903  0.0494  0.1076  0.3135

sigma^2 estimated as 0.1216: log likelihood=-64.36
AIC=138.71  AICc=139.3  BIC=152.12

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE
ACF1
Training set 0.0105485  0.3246152  0.2403064 -18.36917  34.20772  0.2471165
0.3966779
```

9.xxxviii. Output *Eigentruple 4*

```
Series: PC4
ARIMA(1,1,1)(1,1,2) [12]

Coefficients:
      ar1      ma1      sar1      sma1      sma2
s.e.  0.410 -0.9661  0.6203  1.4521  0.7474
      0.164  0.0342  0.1137  0.3621  0.3725

sigma^2 estimated as 0.2296: log likelihood=-98.66
AIC=209.32  AICc=210.16  BIC=225.36

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE
MASE      ACF1
Training set -0.05163058  0.4418003  0.3085065 -40.81179  57.42699
0.3244584  0.1424869
```


Lampiran 9. Simulasi SSA-Automatic ARIMA (Lanjutan)

9.xxxix. Output Eigentriple 5

```
Series: PC5
ARIMA(0,0,0)(1,1,0)[12]

Coefficients:
      sar1
    0.7663
s.e.    0.0596

sigma^2 estimated as 0.5273:  log likelihood=-123.5
AIC=250.99  AICC=251.11  BIC=256.36

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE
ACF1
Training set -0.00757459 0.6857089 0.5512425 28.16791 121.1107 0.5662716
-0.08537197
```

9.xl. Output Eigentriple 6

```
Series: PC6
ARIMA(2,2,2)

Coefficients:
      ar1      ar2      ma1      ma2
    -0.0241  -0.9345  1.1354  0.2721
s.e.    0.0491  0.0376  0.1523  0.1470

sigma^2 estimated as 0.01551:  log likelihood=76.93
AIC=-143.85  AICC=-143.32  BIC=-130

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE
MASE      ACF1
Training set 0.01010457 0.1213843 0.06687247 0.8154034 6.30981
0.04957327 -0.05235605
```

9.xli. Output Eigentriple 8

```
Series: PC8
ARIMA(1,0,0)(1,1,0)[12]

Coefficients:
      ar1      sar1
    -0.6018  0.7191
s.e.    0.0845  0.0708

sigma^2 estimated as 0.2975:  log likelihood=-91.37
AIC=188.74  AICC=188.98  BIC=196.79

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE
ACF1
Training set 0.004175413 0.5126692 0.4174941 110.6758 270.6883 0.5361862
-0.4823849
```

Lampiran 9. Simulasi SSA-*Automatic* ARIMA (Lanjutan)

9.xlii. Output *Eigentriple* 9

Series: PC9
ARIMA(2,0,0)(2,1,0)[12]

Coefficients:
 ar1 ar2 sar1 sar2
 -1.1418 -0.9524 1.2813 -0.5737
s.e. 0.0447 0.0377 0.1032 0.1003

sigma^2 estimated as 0.02188: log likelihood=40.87
AIC=-71.75 AICC=-71.16 BIC=-58.34

Training set error measures:
 ME RMSE MAE MPE MAPE MASE
ACF1
Training set 0.001585309 0.137697 0.08836961 1.826498 24.67136 0.1365906
0.2877382

Lampiran 10. Output SSA-Automatic ARIMA

10.i. Output Komponen *Trend*

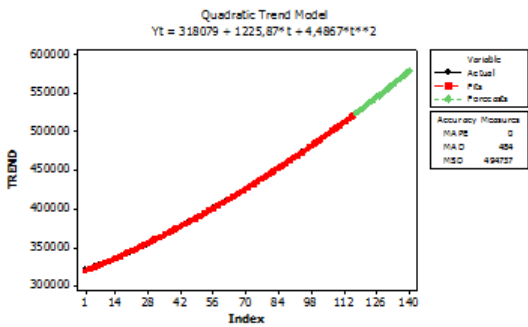
Series: trend
ARIMA(1,2,0)

Coefficients:
 ar1
 0.3289
s.e. 0.1537

sigma^2 estimated as 14169: log likelihood=-698.36
AIC=1400.71 AICC=1400.82 BIC=1406.19

Training set error measures:
 ME RMSE MAE MPE MAPE MASE
ACF1
Training set 13.3902 117.4837 53.58914 0.002753592 0.0127009 0.002569242 -
0.110451

10.ii. Output *Trend Analysis* Komponen *Trend*



10.iii. Output Komponen Musiman

Series: seasonality
ARIMA(1,0,0)(1,1,1)[12]

Coefficients:
 ar1 sar1 sma1
 0.9207 0.5775 0.4692
s.e. 0.0482 0.1481 0.1236

sigma^2 estimated as 509608: log likelihood=-837.54
AIC=1683.08 AICC=1683.49 BIC=1693.66

Training set error measures:
 ME RMSE MAE MPE MAPE MASE ACF1
Training set 71.17139 666.1161 442.5374 0.74136 3.608432 0.3670016 0.6878465

Lampiran 10. Output SSA-Automatic ARIMA (Lanjutan)

10.iv. Output Komponen *Noise*

```
Series: noise
ARIMA(1,0,2)(1,0,0)[12] with zero mean

Coefficients:
      ar1      ma1      ma2      sar1
s.e.  0.7446 -0.7248  0.2792  0.4298
      0.1177  0.1446  0.0921  0.0946

sigma^2 estimated as 341129273:  log likelihood=-1303.56
AIC=2617.13  AICC=2617.67  BIC=2630.9

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE      ACF1
Training set 547.4273 18148.45 13209.5 84.60722 122.4952 0.6955053 0.01099699
```

10.v. Output *Eigentruple 1*

```
Series: a
ARIMA(1,2,0)

Coefficients:
      ar1
s.e.  0.3289
      0.1537

sigma^2 estimated as 14169:  log likelihood=-698.36
AIC=1400.71  AICC=1400.82  BIC=1406.19

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE
ACF1
Training set 13.3902 117.4837 53.58914 0.002753592 0.0127009 0.002569242 -
0.110451
```

10.vi. Output *Eigentruple 2*

```
Series: b
ARIMA(2,1,1)(0,1,0)[12]

Coefficients:
      ar1      ar2      ma1
s.e.  1.7939 -0.8888  0.7933
      0.0606  0.0701  0.0978

sigma^2 estimated as 6387:  log likelihood=-599.95
AIC=1207.91  AICC=1208.32  BIC=1218.45

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE      ACF1
Training set -8.773545 74.20422 49.7304 0.5150908 1.175826 0.05230056 -0.1382127
```

Lampiran 10. Output SSA-Automatic ARIMA (Lanjutan)

10.vii. Output *Eigentriple 3*

Series: c						
ARIMA(1,1,5) (1,1,0) [12]						
Coefficients:						
ar1	ma1	ma2	ma3	ma4	ma5	sar1
0.9114	0.8306	0.6730	0.6902	0.6932	0.5727	0.3992
s.e. 0.0695	0.0968	0.1192	0.1450	0.1753	0.1203	0.1667
sigma^2 estimated as 74473: log likelihood=-724.47						
AIC=1464.94 AICc=1466.47 BIC=1486.02						
Training set error measures:						
	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
Training set	21.90065	248.2594	147.4912	-0.9784108	2.502419	0.09574301
						0.02497664

10.viii. Output Dekomposisi SSA Data Air Terjual

No	Trend	Musiman	Noise	PC1	PC2	PC3
1	321646,73	1238,59	4290,68	321646,73	-10842,88	12081,47
2	322651,33	-10786,10	-9274,23	322651,33	-14783,37	3997,27
3	323839,99	-18939,01	-5496,98	323839,99	-16345,57	-2593,43
4	325063,88	-21572,24	12238,36	325063,88	-14928,85	-6643,39
5	326050,39	-18525,59	4812,20	326050,39	-10610,66	-7914,93
6	326929,18	-10011,16	6497,98	326929,18	-4056,42	-5954,75
7	327800,44	1600,02	-4431,47	327800,44	3227,88	-1627,85
8	328700,46	13164,05	3694,49	328700,46	9566,57	3597,48
9	329597,31	21293,36	-5110,67	329597,31	13375,28	7918,07
10	330499,48	23707,08	-17475,56	330499,48	13758,24	9948,84
:	:	:	:	:	:	:
106	498552,49	32686,46	4857,05	498552,49	17554,44	15132,02
107	500815,88	25096,50	40033,62	500815,88	15044,30	10052,19
108	502885,24	10075,42	-7191,65	502885,24	8617,53	1457,89
109	504985,34	-7547,57	22816,23	504985,34	-82,92	-7464,65
110	506871,64	-23735,78	1935,15	506871,64	-8950,22	-14785,57
111	508715,50	-33559,37	-31286,13	508715,50	-15898,51	-17660,86
112	510904,09	-33561,23	26610,14	510904,09	-19327,57	-14233,65
113	512978,98	-24361,69	-2993,29	512978,98	-18782,27	-5579,42
114	515160,34	-8019,60	-9044,75	515160,34	-14879,45	6859,85
115	517491,35	11304,17	-15665,52	517491,35	-9114,83	20419,00
116	520780,81	30833,49	24037,70	520780,81	-3503,79	34337,28

Lampiran 10. Output SSA-*Automatic* ARIMA (Lanjutan)10.ix. Hasil Ramalan Setiap Komponen SSA-*Automatic*
ARIMA

Trend	Musiman	Noise	Trend Analysis	SSA- AutoARIMA Agregat	SSA- AutoARIMA Individu	SSA- AutoARIMA Agregat Trend analysis
524385,5	39192,2	-6499,7	522924,3	557078,0	562747,9	555616,7
528093,9	39314,1	1643,1	525204,5	569051,2	580884,9	566161,8
531836,4	30362,4	16875,4	527493,7	579074,2	597961,7	574731,5
535590,2	13495,6	-3337,3	529791,9	545748,4	572926,3	539950,1
539347,6	-5697,9	9622,9	532099,1	543272,5	579479,1	536024,0
543106,2	-23410,2	695,1	534415,2	520391,2	565688,9	511700,2
546865,3	-33968,5	-13548,4	536740,3	499348,4	553313,0	489223,4
550624,4	-33105,9	11361,2	539074,4	528879,7	590449,7	517329,7
554383,6	-22372,3	-1342,9	541417,5	530668,4	599233,6	517702,2
558142,9	-4022,1	-3929,4	543769,5	550191,4	625111,1	535818,0
561902,1	17474,8	-6764,3	546130,5	572612,6	653230,4	556841,0
565661,3	40969,7	10308,0	548500,5	616939,1	701405,0	599778,3
569420,5	48396,6	-2810,9	550879,4	615006,2	713372,0	596465,1
573179,8	47486,1	693,3	553267,3	621359,2	733456,7	601446,8
576939,0	37403,4	7243,4	555664,2	621585,8	747782,3	600311,1
580698,2	19153,5	-1441,5	558070,1	598410,2	739645,7	575782,1
584457,5	-1239,0	4130,6	560484,9	587349,0	743823,1	563376,5
588216,7	-20100,2	294,8	562908,8	568411,3	739549,1	543103,3
591975,9	-31330,4	-5826,0	565341,5	554819,5	739387,7	528185,1
595735,1	-30196,7	4880,8	567783,3	570419,2	766313,0	542467,5
599494,4	-18787,0	-578,8	570234,0	580128,5	786198,0	550868,2
603253,6	529,6	-1690,1	572693,8	602093,2	817320,7	571533,3
607012,8	23103,5	-2908,2	575162,4	627208,1	850720,8	595357,8
610772,1	48724,7	4429,7	577640,1	663926,5	892968,9	630794,5

Lampiran 11. Output *Automatic* ARIMA

```

Series: Yt
ARIMA(2,1,0)(1,0,0)[12]

Coefficients:
      ar1      ar2      sar1
    -0.6624  -0.2272   0.718
s.e.   0.0937   0.0924   0.064

sigma^2 estimated as 460270978:  log likelihood=-1313.2
AIC=2634.4   AICC=2634.77   BIC=2645.38

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE      ACF1
Training set 1160.147 21080.79 15656.08 0.09864292 3.812017 0.5763158 0.0007902026

```

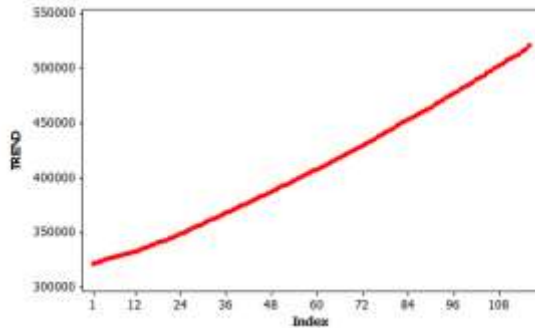
11.i. Hasil Ramalan *Automatic* ARIMA Data Air Terjual

No	<i>Out-sample</i>	<i>Automatic</i> ARIMA	No	<i>Out-sample</i>	<i>Automatic</i> ARIMA
1	531948	558646.50	13	514683	576935.20
2	567255	559606.20	14	489773	574549.80
3	560527	577616.10	15	498840	594201.50
4	534597	525974.60	16	491908	543777.10
5	549431	536671.20	17	497920	555375.90
6	522608	510854.30	18	471003	530227.90
7	471942	479550.50	19	441312	499419.80
8	514503	521923.70	20	498324	542160.60
9	491577	513528.40	21	477212	534037.70
10	497722	526020.10	22	499734	546731.40
11	551974	523358.40	23	576277	544219.50
12	501253	587835.10	24	534623	608807.20

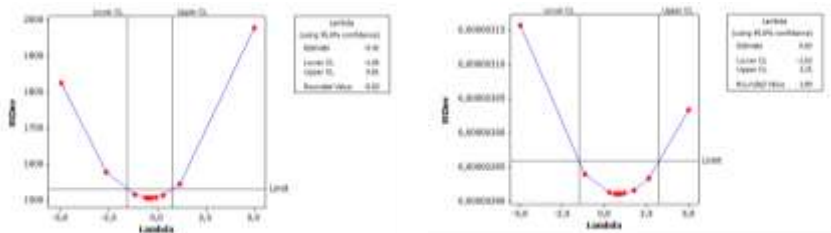
Lampiran 12. Output SSA-ARIMA

1. Komponen *Trend*

12.i. *Time Series Plot* Komponen *Trend*



12.ii. Pengecekan Stasioneritas Komponen *Trend*

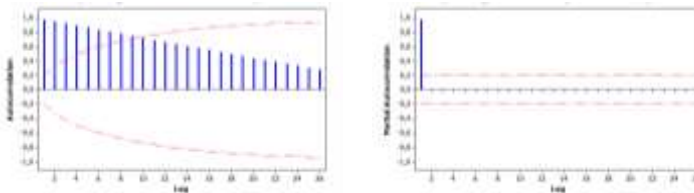


Null Hypothesis: TENDITRMAR0_TREND has a unit root
Exponential Constant
Lag Length: 7 (Automatic - based on SIC; maxlag=10)

	1 Statistic	P-value
Augmented Dickey-Fuller test statistic:	-1.194221	0.9316
Test critical values:		
1% level	-3.491928	
5% level	-2.568411	
10% level	-1.581176	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

12.iii. Plot ACF dan PACF Komponen *Trend*



Lampiran 12. Output SSA-ARIMA (Lanjutan)

12.iv. Stasioneritas Komponen *Trend Differencing Lag 1&2*

Null Hypothesis: D(TRANSFORMED_TREND) has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 2 (Automatic - based on SIC, maxlag=12)

	t-Statistic	Prob. ^a
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.235519	0.1864
Test critical values:		
1% level	-3.439028	
5% level	-2.877425	
10% level	-2.580001	

^aMacKinnon (1996) one-sided p-values.

Null Hypothesis: D(TRANSFORMED_TREND.2) has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 5 (Automatic - based on SIC, maxlag=16)

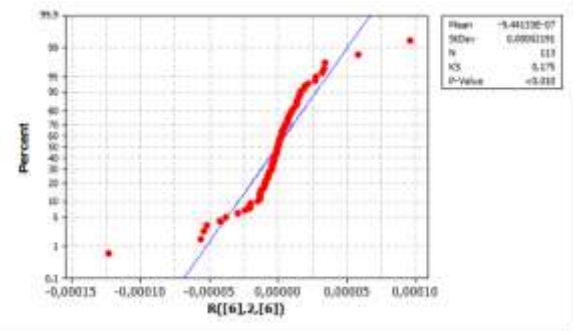
	t-Statistic	Prob. ^a
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-4.270799	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.441520	
5% level	-2.868411	
10% level	-2.581170	

^aMacKinnon (1996) one-sided p-values.

Lampiran 12. Output SSA-ARIMA (Lanjutan)

12.v. Model ARIMA ([6],2,[6]) dan Asumsi Residual Model

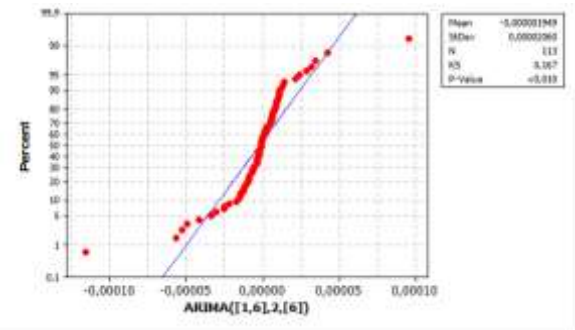
Maximum Likelihood Estimation									
Parameter	Estimate		Standard Error	t Value	Approx Pr > t	Lag			
MA1,1	-0.30948		0	-Inf	<.0001	6			
AR1,1	-0.89548		0.04326	-20.70	<.0001	6			
Variance Estimate				3.88E-10					
Std Error Estimate				0.00002					
AIC				-2119.69					
SBC				-2114.24					
Number of Residuals				113					
Autocorrelation Check of Residuals									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	-----Autocorrelations-----					
6	18.34	4	0.0011	0.304	-0.026	0.201	0.099	-0.079	0.085
12	19.73	10	0.0319	0.026	-0.030	0.038	-0.026	-0.075	-0.043
18	20.90	16	0.1823	-0.049	-0.043	-0.030	-0.056	-0.022	0.007
24	23.21	22	0.3901	-0.065	-0.084	-0.042	-0.027	0.021	0.046
30	23.74	28	0.6951	0.007	0.013	0.011	-0.015	-0.025	-0.047
36	26.47	34	0.8180	-0.085	-0.069	-0.052	-0.042	-0.006	-0.024
42	27.68	40	0.9299	-0.049	-0.037	-0.035	-0.031	-0.022	-0.020
48	32.47	46	0.9342	-0.014	0.003	0.007	0.013	0.086	0.128



Lampiran 12. Output SSA-ARIMA (Lanjutan)

12.vi. Model ARIMA([1,6],2,[6]) dan Asumsi Residual Model

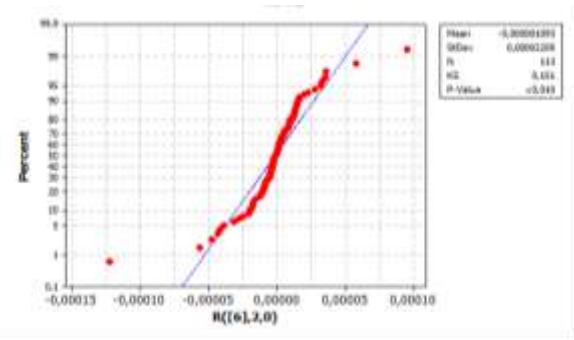
Maximum Likelihood Estimation									
Parameter	Estimate		Standard Error	t Value	Approx Pr > t	Lag			
MA1,1	-0.16125		0	-Inf	<.0001	6			
AR1,1	0.36341		0.03210	11.32	<.0001	1			
AR1,2	-0.63711		0	-Inf	<.0001	6			
Variance Estimate				3.51E-10					
Std Error Estimate				0.000019					
AIC				-2132.48					
SBC				-2124.3					
Number of Residuals				113					
Autocorrelation Check of Residuals									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	-----Autocorrelations-----					
6	13.88	3	0.0031	0.175	-0.179	0.162	0.105	-0.124	0.053
12	15.43	9	0.0797	0.077	0.017	0.074	0.016	-0.004	0.023
18	16.06	15	0.3781	-0.047	-0.029	0.006	-0.005	0.021	0.034
24	17.12	21	0.7037	-0.007	-0.028	-0.029	-0.055	0.010	0.050
30	17.93	27	0.9056	-0.012	-0.020	-0.020	-0.012	-0.031	-0.056
36	20.17	33	0.9611	-0.074	-0.056	-0.048	-0.052	0.008	0.012
42	20.61	39	0.9932	-0.026	-0.030	-0.028	-0.007	-0.006	-0.009
48	23.10	45	0.9972	0.003	0.018	0.014	-0.014	0.049	0.097



Lampiran 12. Output SSA-ARIMA (Lanjutan)

12.vii. Model ARIMA([6],2,0) dan Asumsi Residual Model

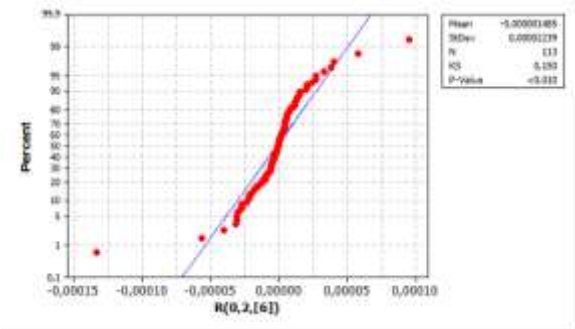
Maximum Likelihood Estimation									
Parameter	Estimate		Standard Error	t Value	Approx Pr > t	Lag			
AR1,1	-0.75894		0	-Infnty	<.0001	6			
			Variance Estimate	4.01E-10					
			Std Error Estimate	0.00002					
			AIC	-2118.2					
			SBC	-2115.47					
			Number of Residuals	113					
Autocorrelation Check of Residuals									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	-----Autocorrelations-----					
6	23.46	5	0.0003	0.315	-0.008	0.231	0.111	-0.031	0.184
12	24.88	11	0.0095	0.065	-0.026	0.051	-0.024	-0.057	0.004
18	25.87	17	0.0770	-0.018	-0.031	-0.028	-0.060	-0.037	-0.016
24	28.64	23	0.1927	-0.080	-0.087	-0.053	-0.044	0.012	0.031
30	29.61	29	0.4335	-0.020	-0.014	-0.015	-0.033	-0.035	-0.057
36	32.62	35	0.5837	-0.088	-0.071	-0.058	-0.045	-0.005	-0.022
42	33.62	41	0.7868	-0.053	-0.038	-0.029	-0.024	-0.003	0.004
48	37.92	47	0.8249	-0.011	-0.008	0.008	0.004	0.068	0.129



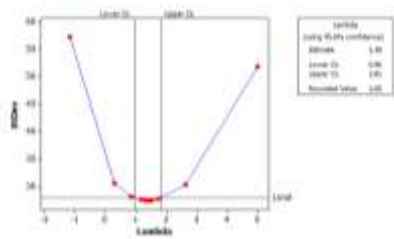
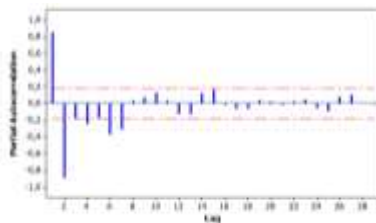
Lampiran 12. Output SSA-ARIMA (Lanjutan)

12.viii. Model ARIMA(0,2,[6]) dan Asumsi Residual Model

Maximum Likelihood Estimation									
Parameter	Estimate		Standard Error	t Value		Approx Pr > t		Lag	
MA1,1	0.48852		0	Infty		<.0001		6	
	Variance Estimate			4.73E-10					
	Std Error Estimate			0.000022					
	AIC			-2102.91					
	SBC			-2100.18					
	Number of Residuals			113					
Autocorrelation Check of Residuals									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	-----Autocorrelations-----					
6	18.74	5	0.0021	0.335	-0.005	0.166	0.063	-0.128	-0.021
12	25.02	11	0.0090	-0.076	-0.082	0.020	-0.016	0.051	0.184
18	28.12	17	0.0435	0.102	0.034	0.021	-0.032	-0.067	-0.076
24	35.07	23	0.0512	-0.124	-0.118	-0.081	-0.054	0.040	0.094
30	36.77	29	0.1522	0.045	0.031	0.021	-0.005	-0.041	-0.077
36	42.63	35	0.1757	-0.113	-0.104	-0.088	-0.069	-0.001	0.021
42	42.81	41	0.3932	-0.006	-0.004	0.019	0.019	0.009	0.012
48	45.23	47	0.5460	-0.025	-0.053	-0.037	-0.040	0.012	0.077



12.ix. *Time Series Plot* Komponen Musiman



Lampiran 12. Output SSA-ARIMA (Lanjutan)

12.xii. Pengecekan Stasioneritas Komponen Mussiman

Null Hypothesis: TRANSFORMASI_MUSMAN_340 has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 12 (Automatic - based on SIC, maxlag=12)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.547245	0.1075
Test critical values:		
1% level	-3.495021	
5% level	-2.889793	
10% level	-2.581690	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

12.xiii. Pengecekan Stasioneritas *Mean Differncing*
Reguler & Musiman

Null Hypothesis: DIF_1_TR_MS_34K has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 12 (Automatic - based on SIC, maxlag=12)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-5.570115	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.495077	
5% level	-2.890037	
10% level	-2.582041	

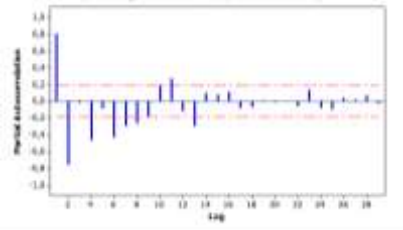
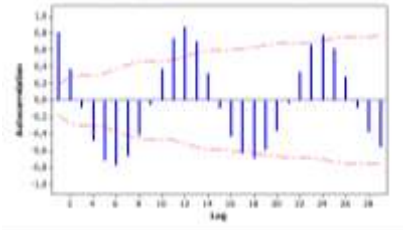
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Null Hypothesis: DIF_1_T2_TR_MS_34K has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 3 (Automatic - based on SIC, maxlag=12)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-6.914924	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.487727	
5% level	-2.890826	
10% level	-2.582514	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

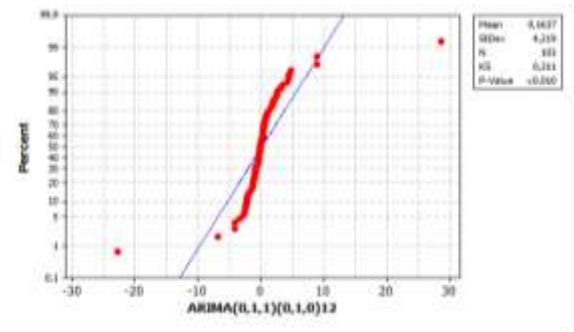
12.xiv. ACF PACF Hasil *Differencing* Reguler



Lampiran 12. Output SSA-ARIMA (Lanjutan)

12.xv. Model ARIMA(0,1,1)(0,1,0)¹² dan Asumsi Residual Model

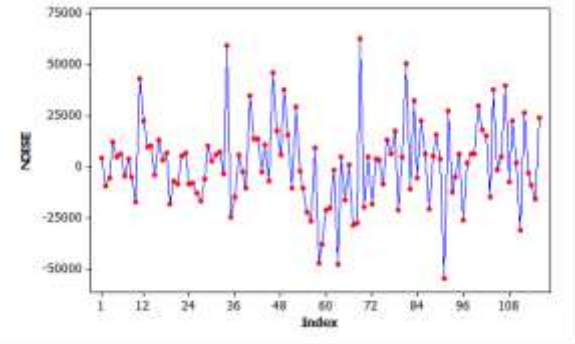
Maximum Likelihood Estimation									
Parameter	Estimate		Standard Error	t Value	Approx Pr > t	Lag			
MA1,1	-0.76468		0.06849	-11.16	<.0001	1			
Variance Estimate				17.68636					
Std Error Estimate				4.205516					
AIC				590.0731					
SBC				592.7078					
Number of Residuals				103					
Autocorrelation Check of Residuals									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	-----Autocorrelations-----					
6	4.95	5	0.4223	-0.030	-0.116	-0.031	-0.047	-0.150	-0.072
12	7.68	11	0.7420	-0.076	-0.040	-0.026	0.013	0.029	0.119
18	8.04	17	0.9658	0.041	-0.006	-0.012	-0.013	-0.026	-0.017
24	9.17	23	0.9953	-0.013	-0.026	0.015	-0.027	0.075	0.034
30	9.33	29	0.9998	0.001	-0.014	-0.001	-0.021	-0.010	-0.019
36	12.15	35	0.9999	-0.013	-0.033	-0.007	-0.042	0.044	0.112
42	13.38	41	1.0000	0.045	0.001	0.007	-0.028	-0.026	-0.060
48	22.37	47	0.9991	-0.036	-0.061	-0.011	-0.052	0.097	0.170



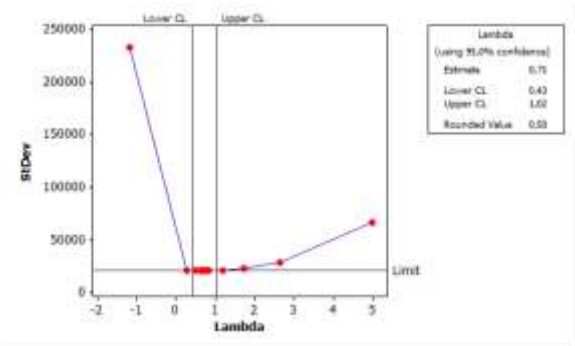
Lampiran 12. Output SSA-ARIMA (Lanjutan)

3. Komponen Noise

12.xvi. Time Series Plot Komponen Noise



12.xvii. Pengecekan Stasioneritas Komponen Noise



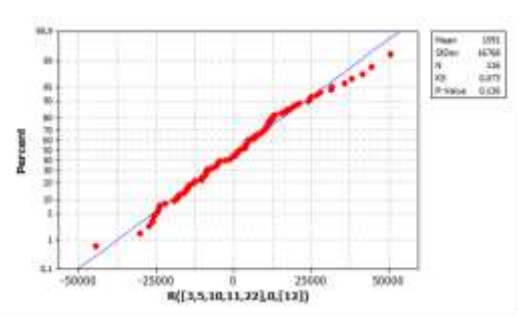
	t-Statistic	Prob. *
Augmented Dickey-Fuller test statistics	-4.417314	0.0006
Test critical values		
1% level	-3.409117	
5% level	-2.867180	
10% level	-2.580525	

*MacKinnon (1990) one-sided p-values.

Lampiran 12. Output SSA-ARIMA (Lanjutan)

12.xviii. Model ARIMA([3,5,10,11,22],0,[12]) dan
Asumsi Residual Model

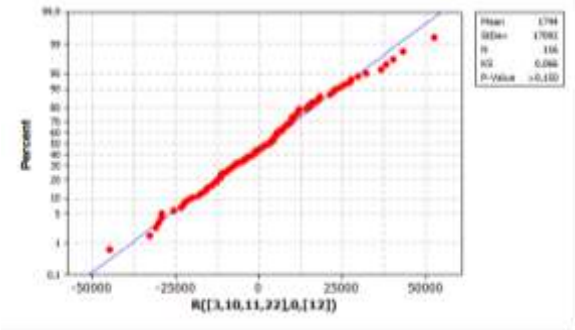
Maximum Likelihood Estimation									
Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr > t	Lag				
MA1,1	-0.38114	0.09904	-3.85	0.0001	12				
AR1,1	0.20259	0.08304	2.44	0.0147	3				
AR1,2	0.17677	0.08549	2.07	0.0387	5				
AR1,3	-0.23149	0.08729	-2.65	0.0080	10				
AR1,4	-0.29573	0.08758	-3.38	0.0007	11				
AR1,5	-0.25038	0.08995	-2.78	0.0054	22				
Variance Estimate			2.8887E8						
Std Error Estimate			16996.16						
AIC			2600.012						
SBC			2616.534						
Number of Residuals			116						
Autocorrelation Check of Residuals									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	-----Autocorrelations-----					
6	.	0	.	-0.048	0.157	-0.079	0.063	0.004	-0.019
12	7.74	6	0.2575	0.139	-0.014	0.062	-0.015	-0.040	0.019
18	14.75	12	0.2554	-0.142	-0.159	-0.028	0.000	0.072	0.024
24	18.00	18	0.4556	0.065	0.022	-0.128	-0.015	0.036	0.006
30	28.45	24	0.2414	-0.206	-0.007	-0.107	0.094	0.073	-0.019
36	35.51	30	0.2244	0.015	-0.041	0.009	-0.098	0.172	0.027
42	41.62	36	0.2392	0.032	-0.006	0.062	-0.072	-0.020	-0.151
48	49.23	42	0.2062	0.040	-0.152	-0.079	-0.055	-0.060	0.043



Lampiran 12. Output SSA-ARIMA (Lanjutan)

12.xix. Model ARIMA([3,10,11,22],0,[12]) dan Asumsi Residual Model

Maximum Likelihood Estimation									
Parameter	Estimate		Standard Error	t Value	Approx Pr > t	Lag			
MA1,1	-0.39086		0.09843	-3.97	<.0001	12			
AR1,1	0.24511		0.08109	3.02	0.0025	3			
AR1,2	-0.19277		0.08680	-2.22	0.0264	10			
AR1,3	-0.30510		0.08893	-3.43	0.0006	11			
AR1,4	-0.26269		0.09111	-2.88	0.0039	22			
Variance Estimate				2.9734E8					
Std Error Estimate				17243.64					
AIC				2602.447					
SBC				2616.215					
Number of Residuals				116					
Autocorrelation Check of Residuals									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	-----Autocorrelations-----					
6	8.36	1	0.0038	-0.054	0.175	-0.078	0.054	0.162	-0.014
12	12.51	7	0.0849	0.159	-0.040	0.060	-0.019	-0.029	0.036
18	19.64	13	0.1046	-0.144	-0.137	-0.043	-0.081	0.070	-0.001
24	23.09	19	0.2334	0.019	-0.024	-0.138	-0.021	0.045	0.036
30	35.29	25	0.0831	-0.204	0.007	-0.130	0.122	0.080	-0.003
36	40.97	31	0.1086	0.025	-0.054	0.020	-0.072	0.157	0.011
42	46.14	37	0.1442	0.020	0.006	0.017	-0.054	-0.008	-0.156
48	54.71	43	0.1086	0.057	-0.159	-0.083	-0.055	-0.065	0.044

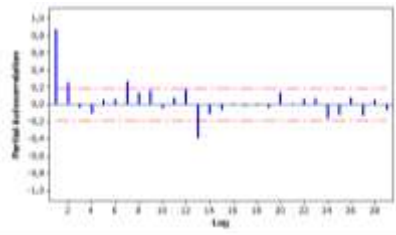
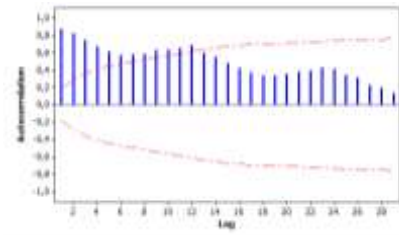


Lampiran 12. Output SSA-ARIMA (Lanjutan)12.xx. Hasil Ramalan Tiap Komponen SSA dengan
ARIMA

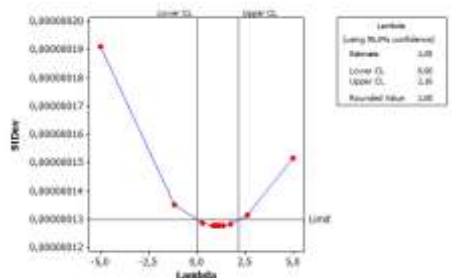
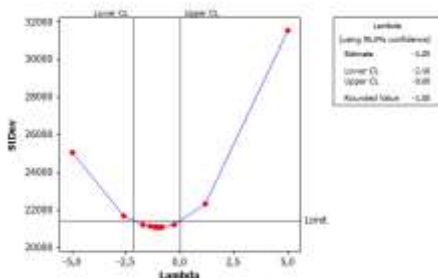
<i>Trend</i>	<i>Musiman</i>	<i>Noise</i>	<i>Trend Analysis</i>	<i>Ramalan Agregat</i>	<i>Ramalan Agregat Trend Analysis</i>
5237022.98	39370.83	-8023.85	522924.26	5268369.96	554271.24
5271299.35	38472.03	-9342.54	525204.50	5300428.83	554333.99
5300197.86	30122.44	10261.65	527493.72	5340581.96	567877.81
5334551.82	14276.13	-12767.74	529791.91	5336060.21	531300.30
5362401.70	-4014.64	13981.32	532099.07	5372368.38	542065.74
5391103.53	-21248.33	-2975.92	534415.21	5366879.28	510190.96
5413418.61	-32929.23	-24994.96	536740.32	5355494.42	478816.13
5439722.05	-32946.48	7755.43	539074.40	5414530.99	513883.34
5461936.30	-22018.36	1250.58	541417.45	5441168.53	520649.67
5488838.56	-4323.98	-12256.25	543769.48	5472258.33	527189.25
5512418.63	16149.53	-9840.19	546130.48	5518727.96	552439.82
5544233.43	36662.56	8454.87	548500.46	5589350.86	593617.89
5573826.83	45597.96	-10748.20	550879.41	5608676.59	585729.17
5610207.37	44673.74	-50.94	553267.33	5654830.17	597890.14
5642026.05	35954.75	-5626.99	555664.23	5672353.81	585991.99
5679505.44	19339.01	-7847.22	558070.10	5690997.23	569561.89
5711398.34	-2.47	15983.65	560484.94	5727379.52	576466.12
5746260.35	-18587.45	-4106.06	562908.76	5723566.84	540215.25
5773713.38	-32068.04	-3432.34	565341.55	5738213.01	529841.17
5804723.30	-32090.61	6975.46	567783.31	5779608.15	542668.16
5829747.07	-19431.32	7605.69	570234.05	5817921.45	558408.42
5859864.18	-325.88	-2935.64	572693.76	5856602.66	569432.24
5885155.45	21307.89	2684.10	575162.44	5909147.44	599154.43
5917797.05	42761.41	6463.62	577640.10	5967022.08	626865.13

Lampiran 13. Output ARIMA

13.i. Plot ACF dan PACF Data Air Terjual



13.ii. Pengecekan Stasioneritas Data Air Terjual



Null Hypothesis: TRANSFORMASI_100K has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 12 (Automatic - based on SIC, maxlag=12)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-0.193604	0.9347
Test critical values:		
1% level	-3.495021	
5% level	-2.869753	
10% level	-2.581690	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

13.iii. Pengecekan Stasioneritas *Mean Difference Lag 1*

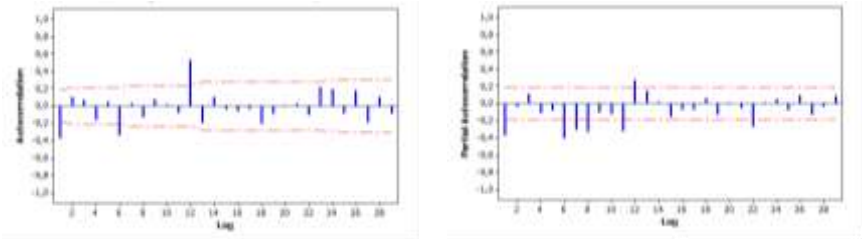
Null Hypothesis: D(TR_1_2) has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 11 (Automatic - based on SIC, maxlag=12)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-4.766261	0.0001
Test critical values:		
1% level	-3.495021	
5% level	-2.869753	
10% level	-2.581690	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Lampiran 13. Output ARIMA (Lanjutan)

13.iv. Plot ACF dan PACF *Differencing Lag 1*



13.v. Pengecekan Stasioneritas *Mean Differencing Lag 12*

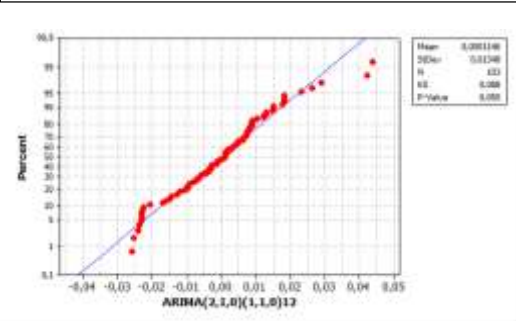
Null Hypothesis: DIF1_DIF12 has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=12)		
	%Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-11.00853	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.486346	
5% level	-2.880327	
10% level	-2.582196	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Lampiran 13. Output ARIMA (Lanjutan)

13.vi. Model ARIMA(2,1,0)(1,1,0)¹² dan Asumsi Residual Model

Maximum Likelihood Estimation									
Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr > t	Lag				
AR1,1	-0.73414	0.09649	-7.61	<.0001	1				
AR1,2	-0.30237	0.09639	-3.14	0.0017	2				
AR2,1	-0.22398	0.10087	-2.22	0.0264	12				
Variance Estimate			0.000183						
Std Error Estimate			0.013535						
AIC			-589.855						
SBC			-581.951						
Number of Residuals			103						
The ARIMA Procedure									
Autocorrelation Check of Residuals									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	-----Autocorrelations-----					
6	4.04	3	0.2577	0.000	-0.020	-0.033	-0.087	-0.038	-0.161
12	9.91	9	0.3575	0.010	0.011	0.177	-0.013	-0.131	-0.041
18	16.92	15	0.3240	-0.128	-0.142	-0.047	-0.013	0.025	0.131
24	32.32	21	0.0543	0.055	0.089	-0.106	-0.144	0.148	-0.223



Lampiran 13. Output ARIMA (Lanjutan)**13.vii. Hasil Ramalan ARIMA**

No	ARIMA	No	ARIMA
1	544365,8138	13	589970,5015
2	576036,8664	14	590318,7721
3	582072,1769	15	623441,3965
4	527148,1286	16	543478,2609
5	538213,1324	17	583090,379
6	509164,9695	18	567214,9745
7	474833,8082	19	510986,2034
8	547645,126	20	575705,2389
9	512557,6627	21	545553,737
10	518672,1992	22	574712,6437
11	550660,793	23	572737,6861
12	593824,228	24	609384,5216

Lampiran 14. Output ARIMAX

14.i. TSR Air Terjual

Maximum Likelihood Estimation									
Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr > t	Lag	Variable	Shift		
NUM1	1738.6	46.49531	37.39	<.0001	0	t		0	
NUM2	312621.4	5795.3	53.94	<.0001	0	M1		0	
NUM3	292216.8	5815.9	50.24	<.0001	0	M2		0	
NUM4	266413.3	5836.9	45.64	<.0001	0	M3		0	
NUM5	296353.7	5858.2	50.59	<.0001	0	M4		0	
NUM6	291228.9	5879.7	49.53	<.0001	0	M5		0	
NUM7	303590.8	5901.5	51.44	<.0001	0	M6		0	
NUM8	296787.0	6053.6	49.03	<.0001	0	M7		0	
NUM9	322347.6	6439.7	50.06	<.0001	0	M8		0	
NUM10	332433.9	6720.1	49.47	<.0001	0	M9		0	
NUM11	326009.6	7060.1	46.18	<.0001	0	M10		0	
NUM12	341165.8	6750.1	50.54	<.0001	0	M11		0	
NUM13	309851.4	6150.9	50.38	<.0001	0	M12		0	
NUM14	67293.9	17733.9	3.79	0.0001	0	v1		0	
NUM15	18560.3	10394.6	1.79	0.0742	0	v2		0	
NUM16	5887.3	10293.5	0.57	0.5674	0	v3		0	
NUM17	-8299.3	10233.6	-0.81	0.4174	0	v4		0	
NUM18	-38854.8	17590.9	-2.21	0.0272	0	v11		0	
NUM19	-17722.3	10333.4	-1.72	0.0863	0	v22		0	
NUM20	53212.9	10469.2	5.08	<.0001	0	v33		0	
NUM21	49807.8	10290.8	4.84	<.0001	0	v44		0	
Variance Estimate				2.7046E8					
Std Error Estimate				16445.55					
AIC				2600.239					
SBC				2658.064					
Number of Residuals				116					
Autocorrelation Check of Residuals									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	-----Autocorrelations-----					
6	85.99	6	<.0001	0.436	0.433	0.359	0.259	0.291	0.231
12	105.04	12	<.0001	0.216	0.192	0.254	0.009	0.041	-0.010
18	108.23	18	<.0001	-0.067	0.005	-0.069	-0.094	0.044	-0.058
24	117.56	24	<.0001	-0.094	0.003	-0.117	-0.159	-0.018	-0.127
30	118.73	30	<.0001	-0.036	0.032	-0.055	0.039	0.020	-0.016
36	120.17	36	<.0001	0.016	0.055	-0.022	0.041	0.041	-0.039
42	137.36	42	<.0001	0.095	-0.024	-0.110	-0.087	-0.165	-0.195
48	181.60	48	<.0001	-0.106	-0.230	-0.143	-0.143	-0.274	-0.214

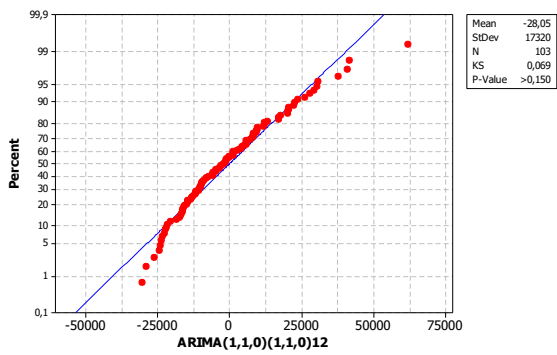
Lampiran 14. Output ARIMAX (Lanjutan)

14.ii. ARIMAX Data Air Terjual


Maximum Likelihood Estimation									
Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr > t	Lag	Variable	Shift		
AR1,1	-0.47883	0.09872	-4.85	<.0001	1	y	0		
AR2,1	-0.31444	0.11485	-2.74	0.0062	12	y	0		
NUM1	-47.76965	39.39893	-1.21	0.2253	0	t	0		
NUM2	7416.7	6634.0	1.12	0.2636	0	M1	0		
NUM3	2093.3	6250.2	0.33	0.7377	0	M2	0		
NUM4	8.16181	6265.8	0.00	0.9990	0	M3	0		
NUM5	7184.2	6286.8	1.14	0.2531	0	M4	0		
NUM6	1803.3	6295.3	0.29	0.7745	0	M5	0		
NUM7	3204.6	6311.2	0.51	0.6116	0	M6	0		
NUM8	101.89085	6468.6	0.02	0.9874	0	M7	0		
NUM9	-683.03447	6803.9	-0.10	0.9200	0	M8	0		
NUM10	3738.9	7259.0	0.52	0.6065	0	M9	0		
NUM11	11994.3	7927.1	1.51	0.1303	0	M10	0		
NUM12	19426.6	7389.9	2.63	0.0086	0	M11	0		
NUM13	-337.78221	6615.4	-0.05	0.9593	0	M12	0		
NUM14	19354.5	21415.0	0.90	0.3661	0	v1	0		
NUM15	34893.0	12279.1	2.84	0.0045	0	v2	0		
NUM16	16856.7	12481.5	1.35	0.1768	0	v3	0		
NUM17	23570.1	14738.7	1.60	0.1098	0	v4	0		
NUM18	-77565.9	20811.6	-3.73	0.0002	0	v11	0		
NUM19	-85740.2	12357.3	-6.94	<.0001	0	v22	0		
NUM20	-13601.1	12553.6	-1.08	0.2786	0	v33	0		
NUM21	11289.3	15296.2	0.74	0.4605	0	v44	0		
Variance Estimate				3.8072E8					
Std Error Estimate				19511.99					
AIC				2348.812					
SBC				2409.411					
Number of Residuals				103					
Autocorrelation Check of Residuals									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	-----Autocorrelations-----					
6	2.30	4	0.6802	-0.067	-0.085	0.056	-0.055	0.058	0.013
12	8.87	10	0.5441	-0.006	-0.168	0.059	-0.024	-0.136	-0.077
18	11.10	16	0.8031	0.019	-0.090	-0.048	-0.020	-0.058	0.058
24	27.84	22	0.1809	0.052	0.110	-0.173	-0.098	0.194	-0.181
30	31.78	28	0.2834	0.023	0.009	-0.093	0.070	0.093	0.067
36	37.66	34	0.3054	-0.062	0.046	0.074	0.067	0.073	-0.127
42	43.73	40	0.3162	0.121	0.067	0.023	0.029	-0.093	-0.082
48	53.06	46	0.2205	-0.016	-0.160	-0.052	0.091	-0.063	-0.095

Lampiran 14. Output ARIMAX (Lanjutan)

14.iii. *Normality Plot* Model ARIMA(1,1,0)(1,1,0)₁₂




Lampiran 15. Surat Keterangan Perusahaan



PEMERINTAH KABUPATEN WONOGIRI
PERUSAHAAN DAERAH AIR MINUM
"GIRI TIRTA SARI"

Jl. INSTALASI NO. 1 TELE. (0273) 321155, Fax. (0273) 325277



SURAT KETERANGAN
 Nomor : 690/227/XII/2017

Saya yang bertanda tangan di bawah ini menerangkan bahwa :

- Mahasiswa Statistika FMKSD-ITS dengan identitas berikut :

Nama	: Salafiyah Isnawati
NRP	: 06211440000076


Telah mengambil data di instansi/perusahaan kami :

Nama Instansi	: PDAM Giri Tirta Sari Kabupaten Wonogiri
Bagian	: Rekening dan Pengolahan Data

sejak bulan September 2017 sampai dengan Desember 2017. Berupa data "Air Terjual periode bulan Januari 2006 sampai dengan bulan Agustus 2017" untuk keperluan Tugas Akhir 2017/ 2018.
- Tidak Keberatan/~~Keberatan~~* nama perusahaan dicantumkan dalam Tugas Akhir mahasiswa Statistika yang akan di simpan di Perpustakaan ITS dan dibaca di lingkungan ITS.
- Tidak Keberatan/~~Keberatan~~* bahwa hasil analisis data dari perusahaan dipublikasikan dalam E journal ITS yaitu Jurnal Sains dan Seni ITS.

Wonogiri, 22 Desember 2017

Perusahaan Daerah Air Minum "Giri Tirta Sari"
 Kabupaten Wonogiri
 Pjs. Direktur,



Drs. Sunarjo, M.M.

BIODATA PENULIS



Penulis dengan nama lengkap Salafiyah Isnawati lahir di Kabupaten Wonogiri pada 19 Mei 1996 sebagai anak kedua dari dua bersaudara. Penulis menempuh pendidikan formal di SDN VI Wonogiri, SMPN 1 Wonogiri, dan SMAN 1 Wonogiri. Kemudian penulis diterima sebagai mahasiswa Statistika ITS tahun 2014 melalui jalur SBMPTN dengan NRP 1314100076. Selama masa perkuliahan, penulis aktif di beberapa organisasi. Penulis menjabat sebagai staff departemen penelitian dan pengembangan HIMASTA-ITS 15/16 kemudian dilanjutkan pada kepengurusan HIMASTA-ITS 16/17 sebagai sekretaris departemen penelitian dan pengembangan. Selain itu, penulis juga aktif di Koperasi Mahasiswa Dr. Angka ITS sebagai staff inkubator bisnis pada tahun 2015. Penulis juga aktif sebagai panitia di berbagai kepanitiaan selama masa perkuliahan. Kepanitiaan yang diikuti yaitu sebagai tim soal Pekan Raya Statistika tahun 2015 dan sebagai kakak pendamping di GERIGI ITS 2016. Dibidang akademik, penulis diberi kesempatan mengikuti beberapa perlombaan tetapi belum bisa menjadi pemenang. Tahun 2017 penulis menjadi semifinalis *Fun Mathematic Competition* yang diadakan oleh Matematika Universitas Negeri Malang. Pada tahun yang sama, penulis diberi kesempatan sebagai semifinalis *National Statistics Challenge* yang diadakan oleh Universitas Brawijaya. Penulis juga pernah melakukan kerja praktik di PT. KAI DAOP VI Yogyakarta. Apabila pembaca ingin memberi kritik dan saran serta diskusi lebih lanjut mengenai Tugas Akhir ini, dapat menghubungi penulis melalui email salafiyahisnawati@gmail.com atau nomor telepon 081330141401.